

## Lösningförslag

# Övningstentamen

## Fysik del B2 för tekniskt / naturvetenskapligt basår / bastermin

### BFL 120 / BFL 111

Tentamen består av totalt 6 uppgifter där varje korrekt löst uppgift belönas med 4 poäng. Maximal skrivningspoäng är 24.

Hjälpmedel: Räknedosa, formelsamling (valfri), kurslitteraturen med marginalanteckningar, annan valfri litteratur, egna anteckningar, samt utdelat och utskrivet material

#### Tänk på att:

- Varje inlämnat Lösningsblad skall vara numrerat och märkt med identifikationsnummer
- Endast lösningen till **EN** uppgift får redovisas på varje blad/papper
- Inlämnade lösningar skall vara renskrivna och läsbara
- Alla lösningar skall vara välmotiverade
- En figur/ skiss underlättar alltid Lösningsprocessen samt förståelsen av lösningen.

**OBSERVERA:** *Själva frågan som ska besvaras för varje uppgift är given i kursiv stil*

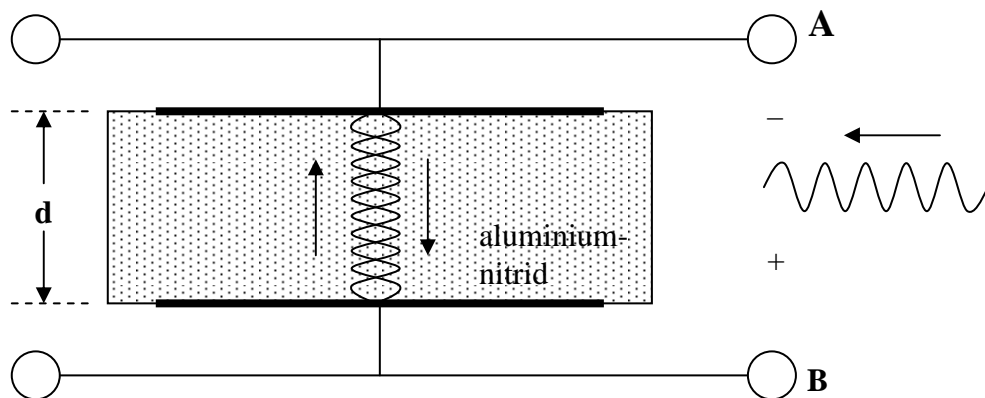
Jag kommer att finnas till hands under själva tentamenstiden för att svara på frågor angående eventuella oklarheter i problemformuleringarna. Om jag inte finns på plats i ett visst ögonblick kan jag nås på tel. nr. 0762-672281 under skrivningstiden. Lösningförslag kommer att läggas upp på kurshemsidan efter skrivningstidens slut.

<i>Betygsgränser:</i>	5	20-24 p
	4	15-19 p
	3	10-14 p

*Lycka till!! //Mike*

1. I varje mobiltelefon sitter det ett filter som ser till att bara signaler av rätt frekvens släpps igenom, så att inga andra signaler (vågor) av någon annan frekvens kan störa kommunikationen. Ett sådant filter kan tillverkas från tunna filmer (membran) av ett piezoelektriskt material. När ett piezoelektriskt material utsätts för ett varierande elektriskt fält börjar materialets atomer att svänga fram och tillbaka i takt med det elektriska fältet, d.v.s. en vågrörelse sätts igång i materialet. För vissa frekvenser uppstår resonans, d.v.s. en stående våg bildas i materialet som gör att vågorna och därmed också det elektriska fältet förstärks. Signaler av dessa frekvenser förstärks då och släpps igenom filtret, medan de flesta andra frekvenser inte gör det.

Säg att man tillverkat ett sådant filter (enligt figur nedan) av det piezoelektriska materialet aluminiumnitrid (AlN) och monterat i en 3G-mobil. Utbredningshastigheten för vågor är 11000 m/s i aluminiumnitrid och kommunikationen i 3G-nätet sker med elektromagnetiska vågor av en frekvens på  $2,1 \cdot 10^9$  Hz ( $s^{-1}$ ). Vågorna når filtret som ett varierande elektriskt fält mellan A och B i figuren ( - vid A och + vid B när en vågtopp kommer in samt + vid A och - vid B när en vågdal kommer in).



Figur 1

- a) Vilken är den minsta tjocklek ( $d$  i Fig 1 ovan) för vilken filtret kommer att släppa igenom 3G-signalerna, d.v.s. vilken är den minsta tjocklek  $d$  för vilken en stående våg uppkommer i materialet för vågor med frekvensen  $2,1 \cdot 10^9$  Hz och utbredningshastigheten 11000 m/s?

**OBSERVERA** att aluminiumnitrid-materialet inte sitter fast i något i ovan- eller undersidan utan kan röra sig fritt där.

( 3p )

- b) En störande våg av dubbla frekvensen ( $4,2 \cdot 10^9$  Hz) når filtret (med den tjocklek  $d$  som räknats fram i a). Kommer denna störande signal att släppas igenom? Motivera ditt svar!

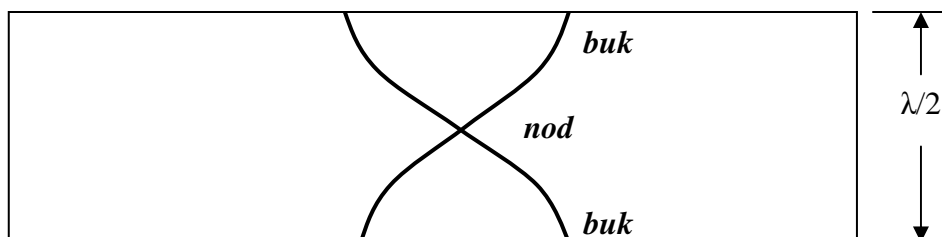
( 1p )

### Lösningförslag:

- a) Våglängden för en våg med frekvensen  $2,1 \cdot 10^9$  Hz som utbreder sig i AlN fås från:

$$v = f \cdot \lambda \Leftrightarrow \lambda = v/f \Rightarrow \lambda = 11000 / 2,1 \cdot 10^9 = 5,238 \cdot 10^{-6}$$

För en stående våg gäller att den måste bestå av minst en buk och en nod och i ändarna på materialet blir det alltid en buk om materialet kan röra sig fritt där. För att vidare få den minsta tjocklek för vilken en stående våg fås ska den stående vågen alltså bestå av så få våglängder som möjligt utan att bryta mot kraven i föregående mening (Våglängden i sig är ju bestämd enligt ovan). Vi får alltså följande situation:

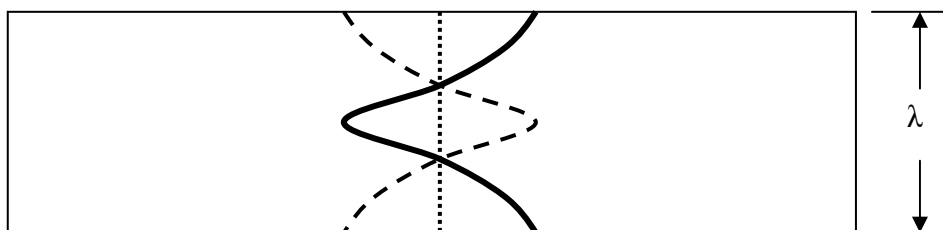


Den stående vågen kommer att bestå av två bukar, en i ovasidan och en i undersidan på membranet, och en nod i mitten. Och eftersom det alltid är en halv våglängd mellan två bukar måste alltså tjockleken på membranet (filmen) vara:

$$d = \lambda/2 = 5,238 \cdot 10^{-6} = 2,619 \cdot 10^{-6} \text{ [m]}$$

**Svar: Tjockleken ska vara 2,6  $\mu\text{m}$**

- b) Om frekvensen ökar till det dubbla måste enligt  $v = f \cdot \lambda$  våglängden halveras, d.v.s.  $\lambda = 2,619 \cdot 10^{-6}$  m (v är ju alltid densamma i samma material). Denna våglängd är då lika med membranets tjocklek och för en generell vågrörelse skulle en stående våg kunna fås enligt figur nedan (obs, ej skalenlig!)

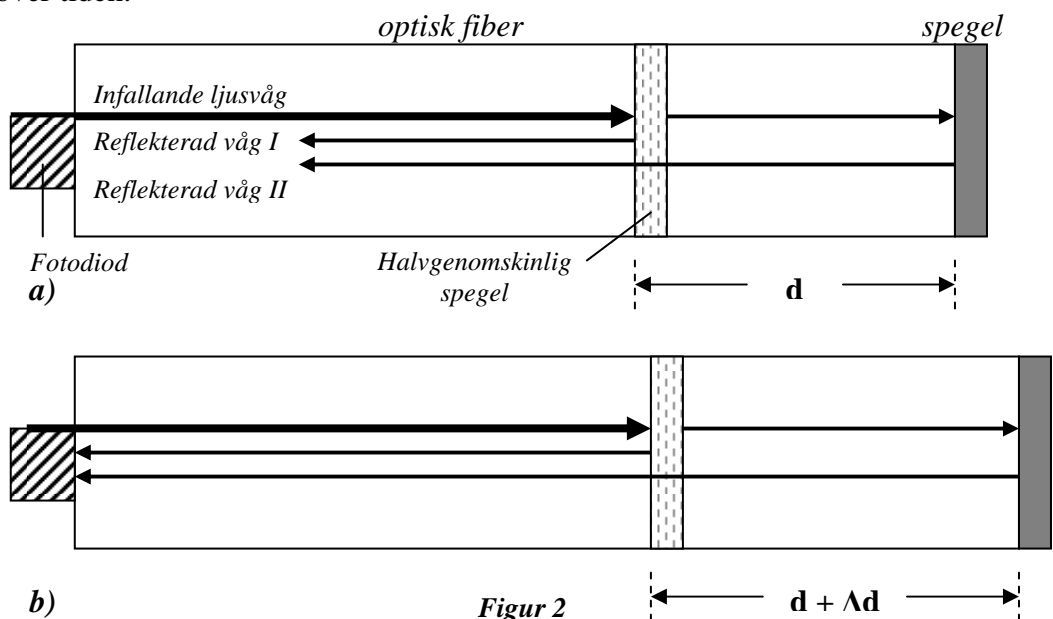


Men om man tittar på hur den stående vågen skulle se ut i ett visst ögonblick (heldragna eller streckade linjen), ser man att en sådan stående våg skulle behöva ha samma tecken (+ eller -) i både ovan- och undersidan samtidigt, vilket inte är möjligt eftersom vågen utgörs av en varierande spänning över membranet, + på ovasidan då det är - på undersidan och tvärtom. En sådan stående våg som i figuren är alltså inte tillåten!

**Svar: Nej, denna frekvens släpps ej genom filtret**

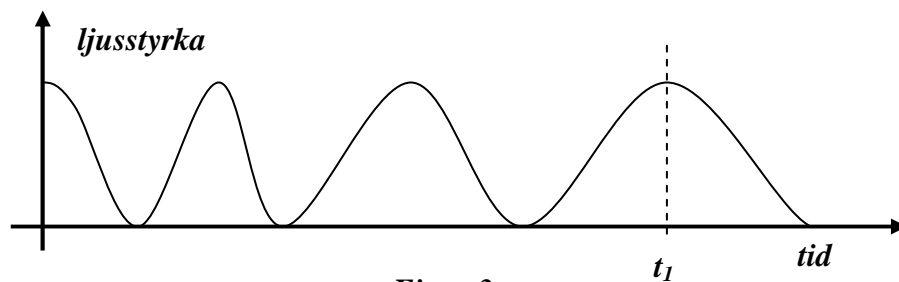
2. För att se om t.ex. materialet i en bro börjar försämrans och om det finns risk för att det ska bildas sprickor i bromaterialet (så att bron till slut rasar ihop) kan man gjuta in eller montera på fiberoptiska töjningsgivare på bron. Dessa känner av om materialet börjar töja sig / tänjas ut (vilket händer innan materialet spricker) och fungerar som följer;

Ljus av en viss bestämd våglängd skickas in i ena änden av ett genomskinligt material som är format som en rak, avlång stav (se Fig 2 a nedan), en s.k. fiber. I den andra ändan finns en spegel som reflekterar ljuset och på ett litet avstånd  $d$  från denna ända en halvgenomskinlig spegel som reflekterar ungefär hälften av ljuset och släpper igenom resten (se Fig 2 a nedan). Om materialet som denna töjningsgivare är monterad till eller ingjuten i börjar töja sig kommer också fibern att tänjas ut (förlängas) så att avståndet  $d$  förändras (se Fig 2 b nedan). Med en fotodiod mäts sedan styrkan på det reflekterade ljuset över tiden.



Figur 2

I en sådan töjningsgivare är avståndet  $d$  mellan den halvgenomskinliga och den helt reflekterande spegeln 1 mm från början och ljusets våglängd  $1 \mu\text{m}$  ( $1 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ ). I Fig 3 nedan finns ett diagram som visar variationen av det reflekterade ljusets intensitet (styrka) över tiden.



Figur 3

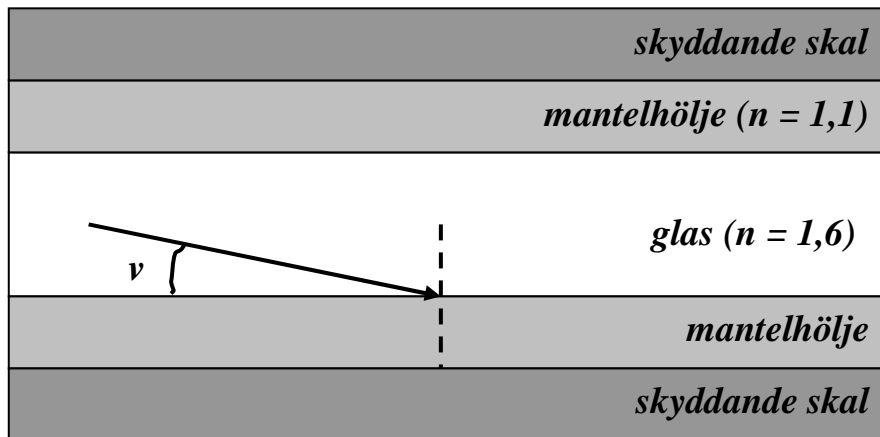
- a) Om bromaterialet töjts mer än 0,5% (d.v.s. förlängts mer än  $5 \mu\text{m}$  för varje millimeter bromaterial) över tiden finns en viss risk att det kan uppstå sprickor. Finns det skäl att vara orolig för situationen vid tiden  $t_1$ , d.v.s. har fibern förlängts mer än  $5 \mu\text{m}$  per mm fram till tiden  $t_1$ ? Motivera ditt svar.

( 3p )

- b) En optisk fiber är i allmänhet ihopsatt på det sätt som visas i Fig 4 nedan (figuren visar den optiska fibern i genomskärning). Innerst finns ett material som leder ljusstrålarna, själva fibern, som är gjord av väldigt rent glas eller plast. Runt denna finns sedan ett mantelhölje tillverkat i ett material med lågt brytningsindex och ytterst finns normalt ett skyddande skal. Säg att den optiska fibern består av en lång rak glasfiber med brytningsindex 1,6 och ett mantelhölje med brytningsindex 1,1.

Bestäm den största vinkel  $v$  som ljusstrålen kan skickas genom fibern med utan att ljusstyrkan försvagas då ljuset färdas genom fibern, om fibern utgörs av glas med brytningsindex 1,6 och mantelhöljet har brytningsindex 1,1.

( 1p )



Figur 4

### Lösningförslag:

- a) Från början (när fibern inte förlängts) är de båda reflekterade vågorna i fas när de når fotodioden, d.v.s. båda har topp samtidigt och båda har dal samtidigt när de kommer fram till detektorn. Detta kan man se från att fotodioden registrerar maximal ljusstyrka vid tiden  $t = 0$ . När sedan fibern förlängs kommer den reflekterade vågen  $ii$  att behöva färdas ytterligare lite längre sträcka ( $2 \cdot \Delta d$ , först  $\Delta d$  extra fram till spegeln i ändan och sedan ytterligare  $\Delta d$  extra på tillbakavägen) jämfört med den reflekterade vågen  $i$  än innan och når därför detektorn ännu lite senare. Om våg  $ii$  då når detektorn ytterligare en halv våglängd senare kommer nu topp för  $i$  att möta dal för  $ii$  och vice versa. Enligt superpositionsprincipen kommer dessa då att ta ut varandra och den resulterande vågen blir noll, d.v.s. ett minimum på ljusstyrkan fås.

Om däremot den extra sträckan  $2 \cdot \Delta d$  är en hel våglängd kommer våg  $ii$  att komma in ytterligare en våglängd senare och topp för våg  $ii$  kommer återigen samtidigt med en topp för våg  $i$  (och motsvarande för vågdalarna) och ett ljusmaximum fås. Från ett maximum till ett annat har alltså våg  $ii$  förskjutits en våglängd jämfört med våg  $i$ . Från figuren ser vi då att signalen nått sitt tredje max (efter det första vid  $t = 0$ ) vid tiden  $t_1$ . Våg  $ii$  har alltså förskjutits 3 hela våglängder fram till  $t_1$ , genom att våg  $ii$  fått gå den extra sträckan  $2 \cdot \Delta d$ , då avståndet mellan speglarna förlängts med  $\Delta d$ . Vi får alltså:

$$2 \cdot \Delta d = 3\lambda \Leftrightarrow \Delta d = 3 \lambda / 2 = 1,5 \mu\text{m}$$

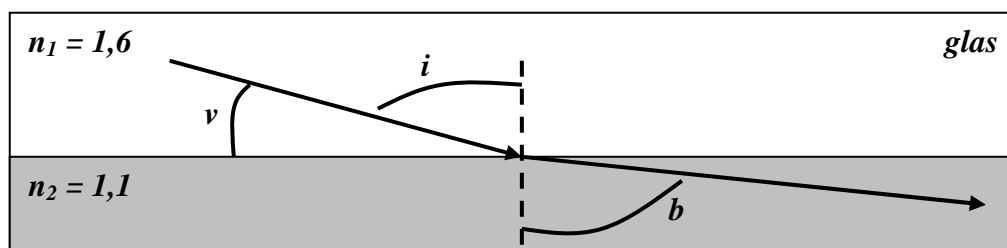
Den optiska fibern har alltså inte förlängts mer än  $1,5 \mu\text{m}$  per millimeter, så det finns inga skäl än att vara särskilt orolig.

**Svar: Nej, det finns inga skäl att vara orolig**

- b) Om man vill ha kvar all ljusenergi inne i fibern gäller det att inget ljus kan slippa ut i mantelhöljet. Vi vet att en del av ljusenergin kan fortsätta in i ett annat material och där ljusstrålens vinkel mot normalen till gränssytan är annorlunda i det nya materialet (brytningsvinkeln) än i det strålen kom ifrån (infallsvinkeln). Men om brytningsvinkeln är  $90^\circ$  eller större kommer ju inget ljus att kunna brytas in i det nya materialet, man får TOTALREFLEXION.

Enligt brytningslagen gäller följande samband:

$$n_1 \sin i = n_2 \sin b \quad i = \text{infallsvinkel, } b = \text{brytningsvinkel, } n_1 \text{ och } n_2 = \text{brytningsindex}$$



Vi får då att följande måste gälla för infallsvinkeln  $i$ :

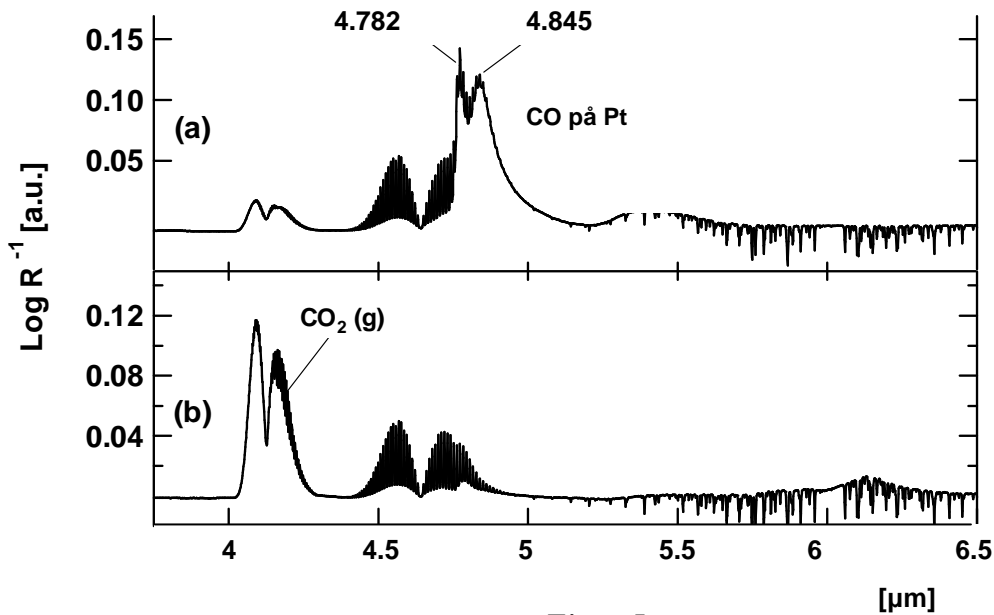
$$1,6 \cdot \sin i = 1,1 \cdot \sin 90 \Rightarrow \sin i = 1,1/1,6 = 0,6875 \Rightarrow i = 43,4^\circ$$

Eftersom  $\nu = 90 - i$  får vi att den största vinkel  $\nu$  som ljusstrålen kan skickas med inne i fibern, utan att förluster fås, är  $46,6^\circ$

**Svar: C:a  $47^\circ$**

3. Katalysatorn hos en vanlig bensinbil består av oändligt många små korn av grundämnet rhodium (Rh) som sitter fast på ett finmaskigt "skelett" av t.ex. aluminiumoxid ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ). Till rhodiumkornen kan olika hälsovådliga ämnen adsorbera (fastna) och reagera med t.ex. syre till ofarliga produkter (exempelvis  $2\text{CO} + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{CO}_2$ ). För att en katalysator ska vara bra vill man att reaktionen ska vara snabb, d.v.s. det CO (kolmonoxid) som fastnar på ytan ska snabbt reagera med syre som fastnat på ytan och sedan försvinna från ytan som  $\text{CO}_2$  (koldioxid) i avgaserna så att det inte sitter kvar CO eller  $\text{CO}_2$  som kan hindra andra CO molekyler från att fastna. När man studerar nya katalysatormaterial för att få fram bättre och snabbare katalysatorer kan man utnyttja att CO som sitter adsorberat till ytan av ett ämne absorberar ljus av vissa bestämda våglängder (i IR-området) medan fria  $\text{CO}_2$  molekyler i avgaserna absorberar ljus av andra våglängder. Ju mindre CO på ytan och ju mer  $\text{CO}_2$  i avgaserna desto bättre.

I figur 5 nedan ges ett exempel på en mätning av hur väl CO sitter kvar på platina-korn (platina, Pt, är ett annat katalytiskt material) vid olika temperaturer (  $150^\circ\text{C}$  i a och  $175^\circ\text{C}$  i b) och hur mycket  $\text{CO}_2$  det blir i den omgivande luften. Mätningen går till så att ljus av många olika våglängder (alla våglängder från c:a 2 till 7  $\mu\text{m}$ ) skickas in mot ytan och så studerar man vilka våglängder som minskat i styrka (absorberats) efter att de passerat ytan och hur mycket de minskat. Detta innebär givetvis att man måste kunna dela upp ljuset på de olika våglängderna efter att det passerat ytan så att man kan studera vad som hänt med de olika våglängderna. Vi vet att man kan dela upp ljus på olika våglängder genom att låta det passera genom ett gitter (olika våglängder har ju maximum i olika riktningar sedan ljuset passerat genom gittret).



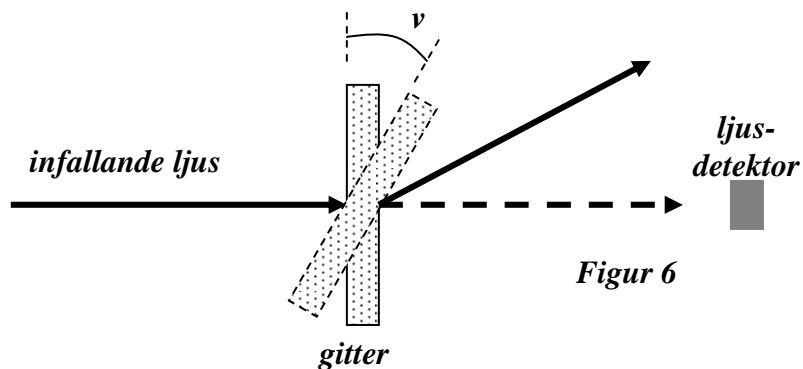
Figur 5

a) I vilken riktning kan man se ljus från CO-toppen (den vid 4,782  $\mu\text{m}$ ) om ljuset som passerat ytan skickas genom ett gitter med gitterkonstanten 7  $\mu\text{m}$ , d.v.s. i vilken riktning har ljus av våglängden 4,782  $\mu\text{m}$  maximum om ljuset får passera ett gitter med spaltavståndet (gitterkonstanten) 7  $\mu\text{m}$ ?

( 3p )

b) Om man hela tiden mäter ljusets styrka rakt bakom gittret och vrider gittret istället (se Fig 6 nedan), vilket är det största värde man kan ha på gitterkonstanten för att kunna skilja på ljus av våglängderna 4,782 och 4,845  $\mu\text{m}$  om man inte kan vrida gittret i mindre steg än 1°, d.v.s. vilket är det största avstånd man kan ha mellan öppningarna i gittret om vinkeln mellan maxima för de båda våglängderna ( 4,782 och 4,845  $\mu\text{m}$ ) skall vara minst en hel grad?

( 1p )



Figur 6



**Lösningsförslag:**

a) Enligt gitterformeln får vi:

$$d \cdot \sin \alpha_n = n \cdot \lambda \quad d = \text{gitterkonstanten och } \lambda = \text{våglängden}$$

$$\sin \alpha = \lambda/d \Rightarrow \alpha = \arcsin(\lambda/d) = \arcsin(4,782 \cdot 10^{-6} / 7 \cdot 10^{-6}) = 43,1^\circ$$

**Svar: I riktningen  $43^\circ$  (något 2:a ordningens maximum fås ej)**

b) Med användning av gitterformeln får vi två samband för de båda maximumen (OBSERVERA att d är densamma i båda ekvationerna eftersom det är samma gitter, det som vi söker gitterkonstanten d för).

$$d \cdot \sin \alpha_1 = \lambda_1$$

$$d \cdot \sin \alpha_2 = \lambda_2$$

Om  $\lambda_1 = 4,782 \mu\text{m}$  och  $\lambda_2 = 4,845 \mu\text{m}$ , så vet vi också att vinklarna  $\alpha_1$  och  $\alpha_2$  måste förhålla sig till varandra som

$$\alpha_2 = \alpha_1 + 1^\circ$$

Vi får då ett ekvationssystem med två ekvationer och två obekanta:

$$d \cdot \sin \alpha_1 = 4,782 \cdot 10^{-6}$$

$$d \cdot \sin(\alpha_1 + 1) = 4,845 \cdot 10^{-6}$$

$$d = 4,782 \cdot 10^{-6} / \sin \alpha_1$$

$$d[\sin \alpha_1 \cdot \cos 1 + \cos \alpha_1 \cdot \sin 1] = 4,845 \cdot 10^{-6}$$

$$(4,782 \cdot 10^{-6} / \sin \alpha_1) \cdot [\sin \alpha_1 \cdot \cos 1 + \cos \alpha_1 \cdot \sin 1] = 4,845 \cdot 10^{-6}$$

$$\cos 1 + \sin 1 / \tan \alpha_1 = 1,0131744$$

$$\sin 1 / \tan \alpha_1 = 0,0133267$$

$$\tan \alpha_1 / \sin 1 = 75,03728$$

$$\tan \alpha_1 = 1,30958$$

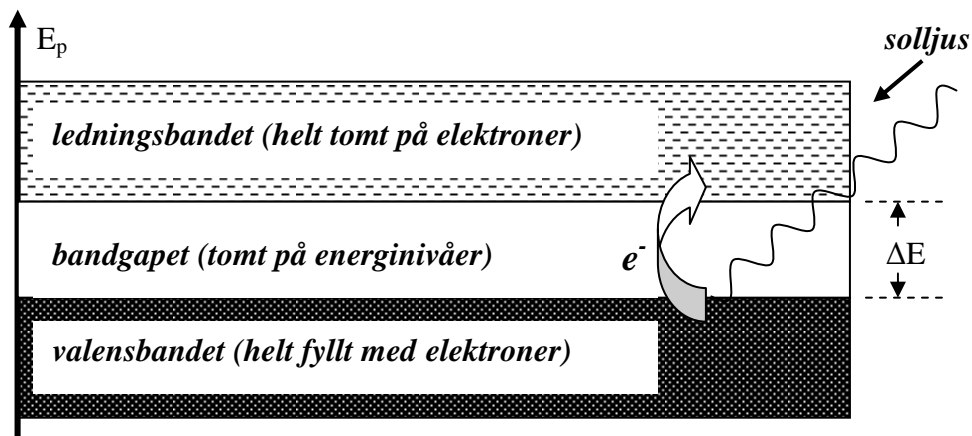
$$\alpha_1 = 52,63454^\circ$$

$$\sin \alpha_1 = 0,79478$$

$$d = 4,782 \cdot 10^{-6} / 0,79478 = 6,017 \cdot 10^{-6} \text{ [m]} \approx 6 \text{ } \mu\text{m}$$

**Svar:** Det största värdet man kan ha på gitterkonstanten för att skilja på de båda topparna är 6  $\mu\text{m}$

4. Vid tillverkning av solceller använder man sig av något lämpligt material som ingår i en grupp av material som kallas halvledarmaterial. För halvledarmaterial gäller att det finns ett hopp i energi mellan ett stort antal tätt liggande energinivåer som alla är helt fyllda med elektroner (detta band av energinivåer brukar kallas valensbandet) och ett stort antal tätt liggande energinivåer vilka alla är tomma på elektroner (detta band av energinivåer brukar kallas ledningsbandet), se figur 7 nedan. Mellan dessa finns inga energinivåer, d.v.s. inga elektroner i materialet kan ha sådana energier och detta mellanrum kallas för bandgapet

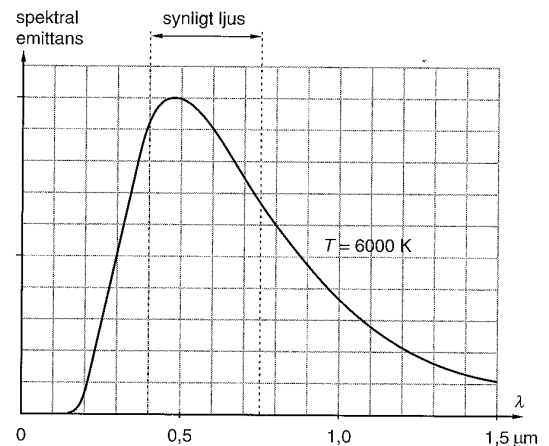


**Figur 7**

När solens strålar träffar halvledarmaterialet kan fotonerna i solljuset excitera elektroner från valensbandet till ledningsbandet så att de kan röra sig (nästan) fritt i materialet och ge upphov till en ström som man sedan kan driva t.ex. kylskåpet eller ugnen med. Några exempel på halvledarmaterial och deras bandgapsenergies ges i tabell 1 nedan. För aluminiumnitrid ( $\text{AlN}$ ) krävs det t.ex. minst 6,4 eV för att excitera elektroner till ledningsbandet så att man kan få någon ström, samma värde för zinkselenid ( $\text{ZnSe}$ ) är 2,7 eV.

**Tabell 1**

Material	bandgapsenergi
Zinkselenid (ZnSe)	2,7 eV
Titandioxid (TiO <sub>2</sub> )	3,0 eV
Galliumnitrid (GaN)	3,5 eV
Bariumoxid (BaO)	3,9 eV
Kiselnitrid (Si <sub>3</sub> N <sub>4</sub> )	5,1 eV
Diamant (C)	5,5 eV
Aluminiumoxid (Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> )	5,9 eV
Aluminiumnitrid (AlN)	6,4 eV

**Figur 8**

I Fig. 8 ges fördelningen av energi på olika våglängder av det ljus som solen strålar ut på intervallet 0-1,5 μm. Solens yttemperatur är c:a 5800 K.

- a) Bortsett från ev. Materialkostnader och andra tekniska/ ekonomiska problem, vilket av materialen i tabell 1 är att föredra för solcellstillverkning? Motivera ditt svar! (3p)
- b) För att skydda själva halvledarkomponenten, som fångar upp och omvandlar ljusenergin till elektrisk energi, mot väder och vind använder man sig oftast av ett skyddande lager ovanpå själva solcellen. Skulle något eller några av materialen i tabell 1 kunna användas i ett sådant skyddande lager? Motivera ditt svar! (1p)

### Lösningförslag:

- a) Den energi som krävs för att excitera en elektron i ZnSe så att man kan få en ström från solcellen är 2,7 eV, vilket räknat i Joule blir  $2,7 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19}$  [J]. Denna energi motsvarar energin hos en foton som har en våglängd enligt sambandet nedan:

$$E = h \cdot f, c = f \cdot \lambda \Rightarrow E = h \cdot c / \lambda \Rightarrow \lambda = h \cdot c / E$$

$$\lambda = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 / (2,7 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19}) = 4,6 \cdot 10^{-7} \text{ [m]} = 460 \text{ nm}$$

För AlN ger samma beräkning en våglängd på 194 nm. Om man tittar i diagrammet i figur 8 ser man att solens utstrålade energi fördelar sig på olika våglängder så att mycket av energin utstrålas vid våglängder runt eller strax under 500 nm, medan väldigt lite strålas ut vid våglängder kortare än 200 nm. För ZnSe kan elektroner exciteras av allt ljus som har en våglängd kortare än 460 nm, d.v.s. teoretiskt kan all energi som solen strålar ut vid våglängder

kortare än 460 nm omvandlas till elektrisk energi. För AlN gäller samma för våglängder kortare än 193 nm. Eftersom man vill kunna utnyttja så mycket av solens utstrålade energi som möjligt är det bättre ju längre våglängder som kan excitera elektronerna, alltså ju mindre bandgapsenergin är (till en viss gräns). Alltså är ZnSe det bästa alternativet bland de uppräknade.

**Svar: ZnSe är det bästa alternativet**

- b) Ett bra skyddslager ska ju släppa igenom så mycket av ljuset som möjligt, så att så mycket solenergi som möjligt når själva solcellen. Därför vill man inte att ljusenergi ska absorberas i skyddslagret genom att energi avges till elektroner som exciteras. Vid våglängder kortare än c:a 200 nm utstrålar solen väldigt lite energi, så om det krävs kortare våglängd än 200 nm på ljuset för att excitera elektroner i ett material så kan detta material med fördel användas som skyddslager (om det i övrigt har rätt egenskaper). Bland de uppräknade gäller detta särskilt för AlN, men Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> duger också för ändamålet. De andra ämnena med något lägre bandgapsenergi är dock mer tveksamma.

**Svar: AlN och Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> skulle fungera bra som skyddslager**

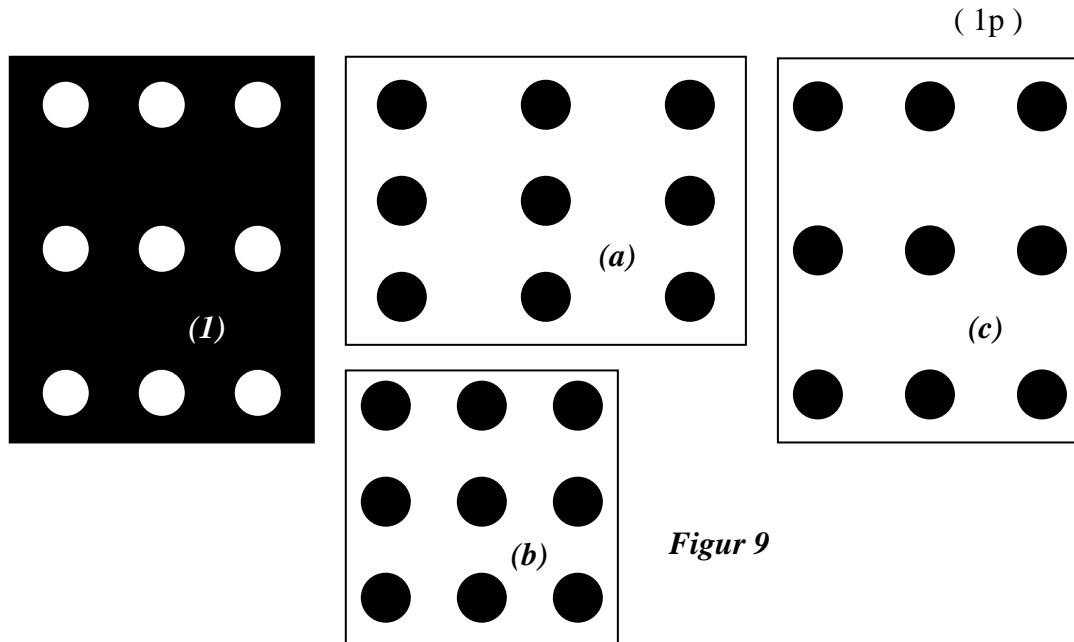
5. Vanligtvis när man vill titta på små detaljer som t.ex. celler i en biologisk vävnad använder man sig av ett vanligt mikroskop (ljusmikroskop) med lämplig förstoring. Riktigt små detaljer kan man dock inte ens teoretiskt se med ett vanligt mikroskop och det som sätter begränsningen är våglängden på ljuset. **Detaljer som har en längd/ bredd på ungefär en våglängd (ljusets våglängd alltså) eller mindre kan inte upplösas** (skiljas från bakgrunden eller från andra detaljer). Med ett SEM (Scanning Electron Microscope) kan man dock undersöka riktigt små detaljer på/i ytan av ett föremål (då våglängden för elektronerna är mycket mindre). I ett SEM "belyser" man alltså ytan av det föremål man vill undersöka med en stråle av elektroner som accelererats över en viss spänning  $U$ , istället för med synligt ljus.

- a) *Ungefär vilken storlek är det på de minsta detaljer som man teoretiskt kan se i ett SEM om elektronerna accelererats över spänningen 200 V?*

( 3p )

- b) Om elektroner som accelererats över en förhållandevis låg spänning (~40 V) skickas mot ytan av ett material tränger inte elektronerna ner något särskilt i materialet utan "studsar" mest mot atomerna i ytan av materialet. Om man låter elektronerna "studsar" mot ett material där atomerna i ytan sitter regelbundet i förhållande till varandra kan man på en fluorescerande skärm ovanför materialet se ett mönster med ljusa fläckar mot en mörk bakgrund (se (1) i Figur 9 nedan) från de reflekterade elektroner som träffar skärmen. Punkter som träffas av många elektroner kommer att lysa upp medan områden som inte träffas av några elektroner förblir mörka.

Vid ett sådant experiment har man fått det mönster på den fluorescerande skärmen som ges i (1) i Fig 9 nedan. Ange vilket av mönstren a, b, eller c i Fig 9 som bäst motsvarar hur atomerna sitter i förhållande till varandra i ytan (Ledning: Man kan tänka sig ytan som ett två-dimensionellt gitter (reflexionsgitter), sammansatt av ett gitter i x-led och ett i y-led). Motivera ditt svar!



**Lösningförslag:**

- a) Vi måste alltså ta reda på vilken våglängd elektronerna får när de accelereras över spänningen 200 V.

$$E_k = q \cdot U, E_k = m \cdot v^2/2, p = m \cdot v, p = h/\lambda$$

Kombinationen av ovanstående formler ger:

$$E_k = m^2 \cdot v^2/(2 \cdot m) = p^2/(2 \cdot m) = h^2/(2 \cdot m \cdot \lambda^2) \quad \lambda^2 = h^2/(2 \cdot m \cdot E_k)$$

$$\lambda^2 = h^2/(2 \cdot m \cdot E_k) = h^2/(2 \cdot m \cdot q \cdot U) \Rightarrow \lambda = h/\sqrt{2 \cdot m \cdot q \cdot U}$$

$$\lambda = 6,63 \cdot 10^{-34} / \sqrt{2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 200} = 8,677 \cdot 10^{-11} \approx$$

$$1 \cdot 10^{-10} \text{ [m]} = 1 \text{ \AA}$$

**Svar: Man kan se detaljer som är c:a  $1 \cdot 10^{-10} = 0,1 \text{ nm} = 1 \text{ \AA}$  stora**

- b) Man kan jämföra atomerna i ytan med ett två-dimensionellt gitter, ett i x-led och ett i y-led. Gitterformeln lyder ju som följer:

$$d \cdot \sin \alpha_n = n \cdot \lambda \quad \sin \alpha_n = n \cdot \lambda/d$$

Från denna formel kan man se att vinkeln mellan maxima, och därmed avståndet mellan de ljusa fläckarna, blir större ju mindre d är, där d i detta fallet är avståndet mellan atomerna i x-led (för de ljusa prickarna i x-led) eller

y-led (för de ljusa områdena i y-led). D.v.s. ju tätare det är mellan de ljusa områdena på skärmen i x-led desto längre är det mellan atomerna i x-led, och likadant i y-led. Det atomarrangemang som bäst passar ihop med det upptagna interferensmönstret är alltså (a).

**Svar: (a)**

6. För att undersöka om en viss cancertyp börjat sprida sig till andra delar i kroppen (metastasera) kan man injicera molekyler (vanligen särskilda antikroppar) som bara binder sig till cancerceller i kroppen och vilka innehåller någon radioaktiv nuklid. Efter att dessa molekyler injicerats kommer de att spridas genom kroppen med hjälp av blodcirkulationen och sätta sig fast på cancerceller var dessa än befinner sig i kroppen. Strålningen från dessa molekyler kan passera ut genom huden och kännas av med en typ av röntgenkamera så att man kan få en bild av var ev. tumörer finns i kroppen.

Efter att molekylerna med det radioaktiva ämnet injicerats behöver man dock vänta med att ta röntgenbilderna eftersom molekylerna först måste sprida sig i hela kroppen. Dessutom måste molekyler som inte fastnat på några cancerceller få tid på sig att "sköljas ut" ur kroppen (via urinen) så att man inte får några falska signaler (bilder). Naturligtvis vill man injicera så lite av det radioaktiva ämnet som möjligt, men det krävs en viss styrka på strålningen för att man ska kunna få någon bra bild.

- a) Om man antar att 0,1% av totala antalet molekyler binder in till cancercellerna i en tumör och att det krävs en aktivitet ( $R$ ) på minst 2000 sönderfall per sekund när bilderna tas, vilket sker 24 timmar efter injiceringen, vilken aktivitet ( $R_0$ ) krävs minst hos det radioaktiva prov som injiceras i kroppen, d.v.s. *hur stor aktivitet ( $R_0$ ) måste ett visst radioaktivt prov ha från början om aktiviteten för 0,1% av provet 24 timmar senare ska vara 2000 sönderfall per sekund ( $R$ )? Det radioaktiva ämnet har en halveringstid på 36 timmar.*

( 3p )

- b) Grundämnet tantal förekommer naturligt i huvudsak i form av isotopen  $^{181}\text{Ta}$ , men flera andra isotoper av ämnet kan framställas på konstgjord väg, t.ex.  $^{156}\text{Ta}$ . Denna isotop är dock inte stabil utan sönderfaller till en annan isotop via  $\beta$ -sönderfall. *Vilken typ av  $\beta$ -sönderfall (positivt eller negativt) kan man förvänta sig och vilken isotop blir resultatet av sönderfallet? Motivera ditt svar!*

( 1p )

**Lösningförslag:**

- a) Även aktiviteten följer sönderfallslagen eftersom aktiviteten  $R = \lambda \cdot N$ . Vi får alltså följande samband:

$$R = R_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \text{ där } \lambda, \text{ sönderfallskonstanten fås från sambandet } \lambda = \ln 2 / T_{1/2}$$

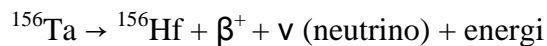
$T_{1/2}$  är halveringstiden

Vi vet att aktiviteten för 0,1% av det radioaktiva provet ska vara 2000 sönderfall per sekund efter 24 timmar, d.v.s. aktiviteten för hela det radioaktiva provet är då  $2000/0,001 = 2 \cdot 10^6$  sönderfall per sekund. Det vi söker är nu aktiviteten hos provet för 24 timmar sedan. Vi får då följande:

$$2 \cdot 10^6 = R_0 \cdot e^{-\ln 2 \cdot 24/36} \quad R_0 = 2 \cdot 10^6 \cdot e^{\ln 2 \cdot 24/36} = 3,17 \cdot 10^6 \text{ [s}^{-1}\text{]}$$

**Svar: Aktiviteten ska vara  $3,2 \cdot 10^6$  sönderfall per sekund**

- b) I den mest vanligt naturligt förekommande och därmed stabilaste nukliden av tantal –  $^{181}\text{Ta}$  – finns det 73 protoner (Ta har atomnummer 73 i periodiska systemet) och  $181-73 = 108$  neutroner. För nukliden  $^{156}\text{Ta}$  gäller fortfarande att denna har 73 protoner, men bara  $156-73 = 83$  neutroner. Man kan då misstänka att det i kärnan finns för lite neutroner i förhållande till protoner för att kärnan ska vara stabil. Man kan då också misstänka att den vid  $\beta$ -sönderfallet önskar omvandla en proton till en neutron enligt nedanstående formel:



Eftersom en positiv laddning försvinner med protonen men laddningsbalansen måste upprätthållas bildas också en liten partikel med positiv laddning, en s.k. positron, och man pratar om positivt  $\beta$ -sönderfall.

**Svar: Positivt  $\beta$ -sönderfall och den nuklid som bildas är  $^{156}\text{Hf}$  (Hafnium-156)**