

Linköpings Universitet
Institutionen för Fysik, Kemi, och Biologi
Avdelningen för Tillämpad Fysik
Mike Andersson

Lösningförslag

Tentamen

Tisdagen den 27:e maj 2008, kl 08:00 – 12:00

Fysik del B2 för tekniskt / naturvetenskapligt basår / bastermin

BFL 120 / BFL 111

Tentamen består av totalt 6 uppgifter där varje korrekt löst uppgift
belönas med 4 poäng. Maximal skrivningspoäng är 24.

Hjälpmedel: Miniräknare och valfri formelsamling

Tänk på att:

- Varje inlämnat Lösningsblad skall vara numrerat och märkt med identifikationsnummer
- Endast lösningen till **EN** uppgift får redovisas på varje blad/papper
- Inlämnade lösningar skall vara renskrivna och läsbara
- Alla lösningar skall vara välmotiverade
- En figur/ skiss underlättar alltid Lösningsprocessen samt förståelsen av lösningen.

Jag kommer att finnas till hands under själva tentamenstiden för att svara på frågor angående eventuella oklarheter i problemformuleringarna. Om jag inte finns på plats i ett visst ögonblick kan jag nås på tel. nr. 0762-672281 under skrivningstiden.

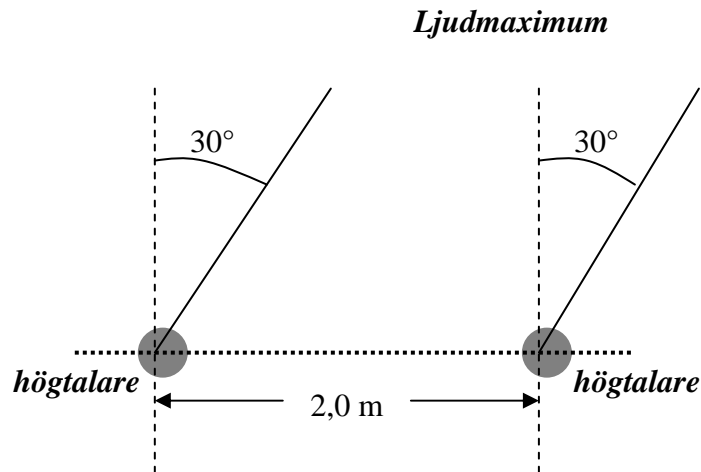
Lösningförslag kommer att läggas upp på kurshemsidan efter skrivningstidens slut.

<i>Betygsgränser:</i>	5	20-24 p
	4	15-19 p
	3	10-14 p

Lycka till!! //Mike

Sida 1 (av 3)

1. En mätning av ljudets hastighet i luft kan ge information om en parameter som t.ex. lufttryck, temperatur eller luftfuktighet (om de andra är kända). Om två högtalare som sänder ut en våg med frekvensen 0,35 kHz svänger i fas och är uppställda enligt figur 1 nedan fås första ljudmaximum i riktningen 30° från normalen till deras sammanbindningslinje.



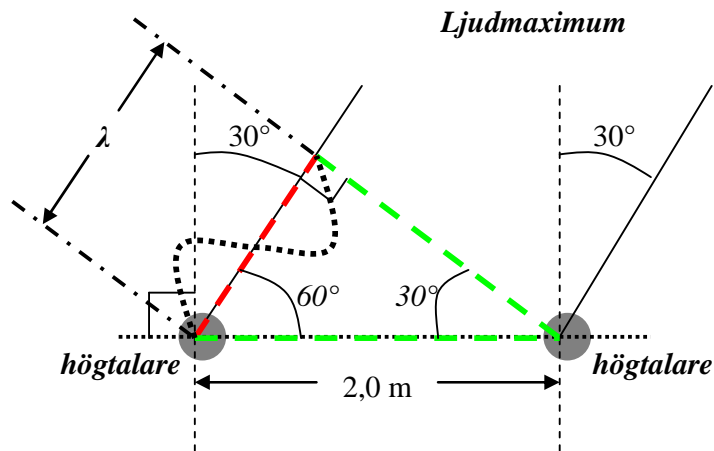
Figur 1

- a) Vilket värde ger detta på ljudhastigheten i luften vid det här tillfället? (3p)
- b) I hur många riktningar fås ljudmaximum totalt? (1p)

Lösningsförslag:

- a) De två högtalarna svänger i fas, vilket innebär att vågtoppar sänds ut från båda samtidigt och vågdalar sänds ut från båda samtidigt. Till en punkt långt borta från högtalarna som ligger i 30° riktning mot normalen till deras sammanbindningslinje har dock vågorna från de båda högtalarna olika lång väg att färdas. Detta gör att vågen från den ena högtalaren kommer fram något före den andra. För att få ett ljudmaximum i denna riktning krävs dock att vågtopp från den ena högtalaren möter en vågtopp från den andra i denna punkt och att en vågdal från den ena möter en vågdal från den andra, d.v.s. de är i fas även i denna punkt. Då får ju den resulterande vågen stor amplitud och ljudet alltså en hög intensitet.

Första gången detta kan inträffa är då vågen från den ena högtalaren kommer fram och passerat med en våglängd precis då den andra vågen kommer fram till samma punkt, d.v.s. då den andra vågen måste färdas precis en extra våglängds längre sträcka för att komma fram till punkten. Denna extra sträcka (röd) fås ur de trigonometriska sambanden från figur nedan:



Figur 1

$$\lambda/2,0 = \sin(30^\circ) \Leftrightarrow \lambda = 2,0 \cdot \sin(30^\circ) = 2,0 \cdot 0,5 = 1,0 \text{ [m]}$$

Med våglängden 1,0 m och frekvensen för ljuset $0,35 \text{ kHz} = 350 \text{ Hz}$ fås ljudets hastighet via sambandet $v = f \cdot \lambda$ till

$$v = 350 \cdot 1,0 = 350 \text{ [m/s]}$$

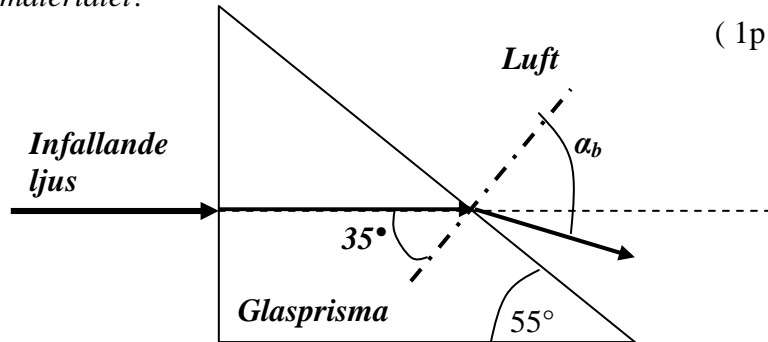
Svar: Ljudets hastighet fås till 350 m/s

- b) Ljudmaximum fås i alla riktningar i vilka det långt från ljudkällorna är ett helt antal våglängders skillnad i sträcka från den ena jämfört med den andra högtalaren (även när vägskillnaden är noll, d.v.s. noll våglängder). Eftersom våglängden är 1,0 m och den största skillnaden i sträcka till någon punkt man kan ha är 2,0 m (avståndet mellan högtalarna) så får man även ljudmaximum när det är två våglängders skillnad, vilket då blir i 90 graders riktning åt båda hållen. Man får alltså ljudmaximum i 0, 30, och 90 graders riktningar från ljudkällorna (Totalt skulle man kunna se det som att ljudmaximum fås i 8 olika riktningar eftersom högtalarna ju sänder ut ljud i alla riktningar).

2. M.h.a. ett glasprisma kan man dela upp vanligt "vitt" ljus (t.ex. solljus eller ljuset från en glödlampa) på de olika ingående våglängderna. Man skulle kunna säga att brytningsindex är lite olika för de olika våglängderna på ljuset.

a) Om brytningsindex för glaset är 1,45 för rött ljus och 1,55 för blått, vilken vinkel kommer det röda respektive blå ljuset att ha mot horisontallinjen när de kommer ut ur prismet i figur 2 nedan? (3p)

b) Vad är skillnaden i hastighet mellan de röda och blå ljusvågorna i glas materialet? (1p)



Figur 2

Lösningförslag:

a) För rött ljus ($n = 1,45$):

Brytningslagen $n_i \sin \alpha_i = n_b \sin \alpha_b$ ger
 $1,45 \cdot \sin(35) = 1,00 \cdot \sin(\alpha_b) \Leftrightarrow \sin(\alpha_b) = 1,45 \cdot \sin(35)$
 $\sin(\alpha_b) = 0,832 \Rightarrow \alpha_b = 56^\circ$

Vinkel mot horisontallinjen = $\alpha_b - 35^\circ = 56^\circ - 35^\circ = 21^\circ$

För blått ljus ($n = 1,55$):

Brytningslagen ger nu
 $1,55 \cdot \sin(35) = 1,00 \cdot \sin(\alpha_b) \Leftrightarrow \sin(\alpha_b) = 1,55 \cdot \sin(35)$
 $\sin(\alpha_b) = 0,889 \Rightarrow \alpha_b = 63^\circ$

Vinkel mot horisontallinjen = $\alpha_b - 35^\circ = 63^\circ - 35^\circ = 28^\circ$

Svar: 21 respektive 28 grader

b) För brytningsindex gäller följande samband:

$n_{\text{ämne}} = c_0 / c_{\text{ämne}}$ där c_0 är ljusets hastighet i vakuum och $c_{\text{ämne}}$ är ljusets hastighet i materialet.

För det röda ljuset fås då följande:

$$c_{\text{röd}} = c_0 / n_{\text{röd}} = 2,998 \cdot 10^8 / 1,45 = 2,068 \cdot 10^8 \text{ [m/s]}$$

Och för det blå ljuset fås:

$$c_{\text{blå}} = c_0 / n_{\text{blå}} = 2,998 \cdot 10^8 / 1,55 = 1,934 \cdot 10^8 \text{ [m/s]}$$

Skillnaden blir då $2,068 \cdot 10^8 - 1,934 \cdot 10^8 = 1,34 \cdot 10^7 \text{ [m/s]}$

Svar: Skillnaden i hastighet är $1,34 \cdot 10^7 \text{ m/s}$

3. För att sönderdela syremolekyler i atmosfären krävs minst en energi på 5,13 eV.

a) Vilka våglängder på solljuset kan ge en sönderdelning av syremolekyler (3p)

b) Hur många syremolekyler kan som mest sönderdelas per sekund och kvadratmeter om den totala effekten för dessa våglängder i solljuset som når jorden är 89 W/m^2 ? (1p)

Lösningsförslag:

a) För att kunna sönderdela syremolekylerna måste de fotoner som kolliderar med syremolekylerna minst ha energin 5,13 eV, vilket motsvarar $5,13 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$. Energin för en foton ges av följande samband:

$E = h \cdot f$ där frekvensen f är kopplad till våglängd enligt $c = f \cdot \lambda$, vilket ger oss följande samband mellan energi och våglängd:

$$E = h \cdot c / \lambda \Leftrightarrow \lambda = h \cdot c / E$$

För våglängderna får vi då:

$$\lambda = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 2,998 \cdot 10^8 / (5,13 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19}) = 2,42 \cdot 10^{-7} \text{ [m]}$$

Man ser också att om energin ska vara större än eller lika med 5,13 eV för att sönderdelningen ska ske så krävs det att våglängderna är mindre än eller lika med $2,42 \cdot 10^{-7}$, d.v.s. alla våglängder från 242 nm och kortare kan sönderdela syremolekyler.

Svar: Alla våglängder kortare än 242 nm

b) Energin som når jordens atmosfär per sekund och kvadratmeter är 89 J då ju effekten räknat i Watt är detsamma som energi i Joule per sekund. Varje syremolekyl kräver $5,13 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ för att sönderdelas och det maximala antalet som kan sönderdelas per sekund och

kvadratmeter fås då genom att dela den totala mängden energi med hur mycket som krävs för att sönderdela en syremolekyl:

$$\text{Antal} = 89 / (5,13 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19}) = 1,1 \cdot 10^{20}$$

Svar: $1,1 \cdot 10^{20}$ stycken

4. Genom att hetta upp en bit av ett material (vanligen kallat filament) kan man få elektroner att helt lämna materialet. Dessa elektroner kan man sedan använda t.ex. för att analysera andra, okända material i t.ex. ett elektronmikroskop. Säg att man tillför i medeltal 4,7 eV till var och en av elektronerna och att materialet som hettas upp är cesium (Cs) som har ett utträdesarbete (utträdesenergi) på 2,1 eV.

a) Vilken våglängd kommer de frigjorda elektronerna i genomsnitt att ha?

(3p)

b) Vilken spänning krävs för att bromsa dessa elektroner till vila?

(1p)

Lösningförslag:

- a) Rörelseenergin för de frigjorda elektronerna fås från:

$$E_k = E_{\text{tillförd}} - E_u = (4,7 - 2,1) \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ [J]}$$

om man räknar energin i Joule.

Rörelseenergin hos partiklar som elektroner vet vi att man kan skriva som:

$$E_k = m \cdot v^2 / 2 = p^2 / (2 \cdot m) \text{ där } p \text{ är elektronernas rörelsemängd (} p = m \cdot v \text{)}$$

Från detta samband kan man få fram elektronernas rörelsemängd

$$p = \sqrt{(2 \cdot m \cdot E_k)}$$

M.h.a. sambandet mellan elektronernas rörelsemängd och våglängd – $p = h/\lambda$ – kan man få fram de frigjorda elektronernas våglängd:

$$\lambda = h / \sqrt{(2 \cdot m \cdot E_k)}$$

$$\lambda = 6,63 \cdot 10^{-34} / \sqrt{(2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 2,6 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19})} = 7,6 \cdot 10^{-10} \text{ [m]}$$

Svar: De frigjorda elektronernas våglängd är 7,6Å

- b) Den spänning som krävs ges direkt från sambandet $E_k = q \cdot U$, där U anger spänningen och där q är elementarladningen:

$$U = E/q = 2,6 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} / 1,602 \cdot 10^{-19} = 2,6 \text{ [V]}$$

Svar: Den spänning som krävs är 2,6 V

5. Vid partikelacceleratoren CERN kan små partiklar accelereras till hastigheter som ligger nära ljusets för att sedan användas i olika experiment. Låt oss säga att en elektron accelererats till hastigheten $2,13 \cdot 10^8$ m/s för att sedan förflytta sig en sträcka som laboratoriepersonalen uppmätt till 100 m (med denna hastighet) till en viss typ av utrustning för att användas i ett experiment.
- a) Vilket värde på sträckan skulle elektronerna själva mäta upp om de kunde mäta? (3p)
- b) Hur lång tid kommer förflyttningen att ta? (1p)

Lösningsförslag:

- a) Laboratoriepersonalen får i detta fall anses vara i vila i förhållande till den uppmätta sträckan, medan partiklarna rör sig längs den: Vilolängden L_0 har alltså uppmätts av laboratoriepersonalen och den sträcka partiklarna själva skulle mäta upp fås av sambandet:

$$L = L_0 \cdot \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

$$L = 100 \cdot \sqrt{1 - 2,13^2/3^2} = 70 \text{ [m]}$$

Svar: De skulle mäta sträckan till c.a 70 m

- b) Enligt sambandet mellan hastighet, sträcka och tid – $s = v \cdot t$ – får vi att:

$$t = s/v = 70/2,13 \cdot 10^8 = 3,3 \cdot 10^{-7} \text{ [s]} = 0,3 \text{ } \mu\text{s}$$

Svar: Förflyttningen kommer att ta 0,3 μs

6. För att åldersbestämna gamla träföremål, t.ex. vikingaskepp, kan man mäta β -strålningen från föremålet som beror på sönderfallet av nukliden ^{14}C och jämföra med strålningen från levande träd av samma slag. Vid en sådan mätning på en gammal träbåt hittad i en mosse i Uppland befanns strålningen från denna vara 86,5% jämfört med den från levande träd av samma trädslag.
- a) Ungefär vilket år byggdes båten? (3p)
- c) Vilken typ av β -sönderfall kan man förvänta sig från ^{14}C , positivt eller negativt?

(1p)

Lösningförslag:

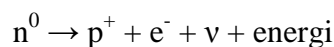
- a) Av de ursprungliga atomkärnorna finns det 86,5% kvar, d.v.s. enligt sambandet $N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ så finns det $0,865 \cdot N_0$ kärnor kvar av de N_0 ursprungliga vid tiden t . Sönderfallskonstanten λ kan man räkna fram med hjälp av sambandet $\lambda = \ln 2 / T_{1/2}$, där $T_{1/2}$ är halveringstiden. Halveringstiden för ^{14}C läses ut ur tabell i formelsamling och är $5,73 \cdot 10^3$ år. Följande ekvation fås:

$$0,865 \cdot N_0 = N_0 \cdot e^{-(\ln 2 / 5730) \cdot t} \Leftrightarrow \ln(0,865) = -t \cdot \ln(2) / 5730 \Rightarrow$$

$$t = -\ln(0,865) \cdot 5730 / \ln(2) = 1200 \text{ år}$$

Svar: Båten är 1200 år gammal och byggdes c.a år 800

- b) Grundämnet kol har alltid 6 protoner i kärnan, vilket innebär att kol-14 också har 8 neutroner i kärnan (14-6). Då kan man misstänka att det finns lite för många neutroner i kärnan i förhållande till protoner och att en neutron därför skulle omvandlas till en proton + en elektron för att behålla laddningsbalansen enligt:



Man får alltså en negativ β -partikel – en elektron – vid omvandlingen, d.v.s. man borde förvänta sig negativt β -sönderfall.

Svar: Negativt β -sönderfall