Linköpings Universitet
Institutionen för Fysik, Kemi, och Biologi
Avdelningen för Tillämpad Fysik
Mike Andersson

Lösningsförslag - Tentamen

Torsdagen den 26:e maj 2011, kl 08:00 – 12:00

Fysik del B2 för tekniskt / naturvetenskapligt basår / bastermin

BFL 122 / BFL 111

Tentamen består av totalt 6 uppgifter där varje korrekt löst uppgift belönas med 4 poäng. Maximal skrivningspoäng är 24.

Hjälpmedel: Miniräknare och valfri formelsamling

Tänk på att:

- Varje inlämnat lösningsblad skall vara numrerat och märkt med AID-nummer.
- Endast lösningen till **EN** uppgift får redovisas på varje blad/ papper
- Inlämnade lösningar skall vara renskrivna och läsbara
- Alla lösningar skall vara välmotiverade
- En figur/ skiss underlättar alltid lösningsprocessen samt förståelsen av lösningen.

OBSERVERA: ***Själva frågan som ska besvaras för varje uppgift är given i kursiv stil***

Jag kommer att finnas till hands under själva tentamenstiden för att svara på frågor angående eventuella oklarheter i problemformuleringarna. Om jag inte finns på plats i ett visst ögonblick kan jag nås på tel. nr. 0762-672281 under skrivningstiden.

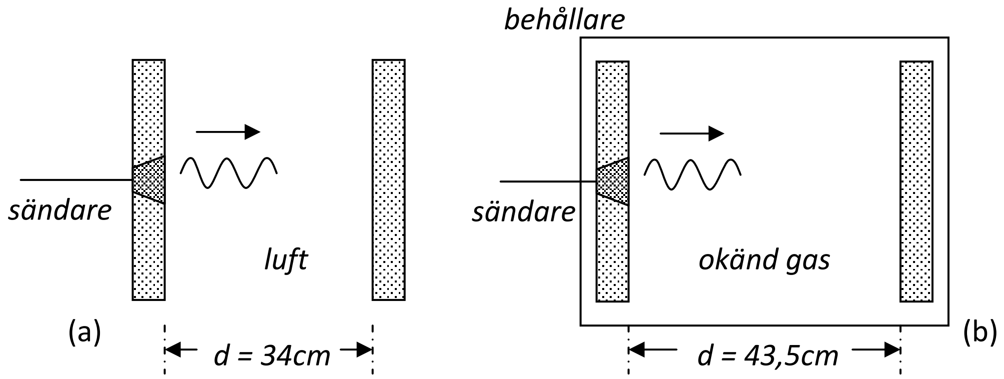
Lösningsförslag kommer att läggas upp på kurshemsidan efter skrivningstidens slut.

Preliminära betygsgränser:	5	20-24 p
	4	15-19 p
	3	10-14 p

Lycka till!! //Mike

1. Från en liten sändare som sitter i en skiva av ett hårt material, som i figur 1(a) nedan, skickas en ljudvåg med en viss frekvens ut. Ljudvågens utbredningshastighet i luft är 340 m/s. Vågen reflekteras i en annan skiva av samma material på avståndet d från den första. Från början är avståndet d mycket litet och sedan flyttas den andra skivan så att d ökar. När avståndet d = 34,0 cm fås för första gången en stående våg mellan skivorna (se figur 1(a)).

a) *Vilken frekvens skickas vågen ut med?* (2p)



Figur 1

De två skivorna med sändaren flyttas till en behållare som innehåller en annan gas än luft (se Fig. 1(b) ovan). Inget annat ändras. När avståndet d mellan skivorna ökas fås nu den första stående vågen då d = 43,5 cm. I tabell I nedan ges information om några olika gaser.

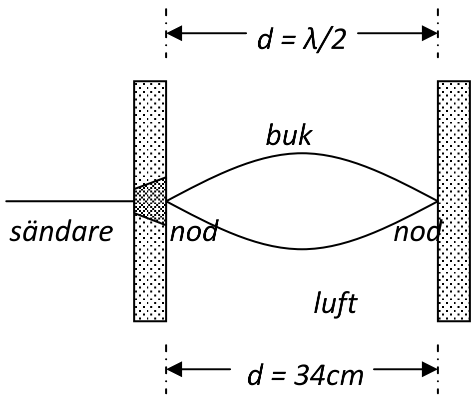
b) *Vilken är gasen i behållaren?* (2p)

Tabell I - Gasers egenskaper

Gas	Molekylvikt [u]	Densitet [g/cm^3]	ljudhastighet[m/s]
Helium	4,003	0,178	965
Koldioxid	44,01	1,980	259
Neon	20,18	0,900	435
Syre	32,00	1,429	316
Väte	1,008	0,090	1284

Lösningsförslag:

En stående våg består av minst en nod och en buk. I de punkter där det som vågen rör sig i sitter fast eller är begränsat uppstår noder, i det här fallet precis intill skivorna där luftens molekyler inte kan röra sig fritt. Den första stående våg som kan uppkomma har därför utseende enligt nedan:



Eftersom det alltid är en halv våglängd i sträcka mellan två närliggande noder fås att våglängden för ljudvågen måste vara:

$$d = \lambda/2 \Leftrightarrow \lambda = 2 \cdot d$$

Enligt sambandet $v = f \cdot \lambda$ fås då frekvensen till:

$$v = f \cdot \lambda = f \cdot 2 \cdot d \;\; \Leftrightarrow \;\; f = v/(2 \cdot d) = 340/(2 \cdot 0{,}34) = 500\ [s^{-1}]$$

a) **Svar:** *Vågen skickas ut med frekvensen 500 Hz*

Om nu materialet (gasen) som ljudvågen utbreder sig i ändras kommer utbredningshastigheten med största sannolikhet också att ändras. Frekvensen hos sändaren är däremot densamma och frekvensen för vågrörelsen i gasen därför också densamma som i a-uppgiften ovan. Den första stående våg som kan uppkomma ser också likadan ut som i a-uppgiften sånär som på att avståndet d är annorlunda, 43,5 cm istället för 34 cm. Våglängden blir då istället:

$$\lambda = 2 \cdot d = 2 \cdot 0{,}435 = 0{,}87\ [m]$$

och med den tidigare uträknade frekvensen fås för ljudets utbredningshastighet i den okända gasen:

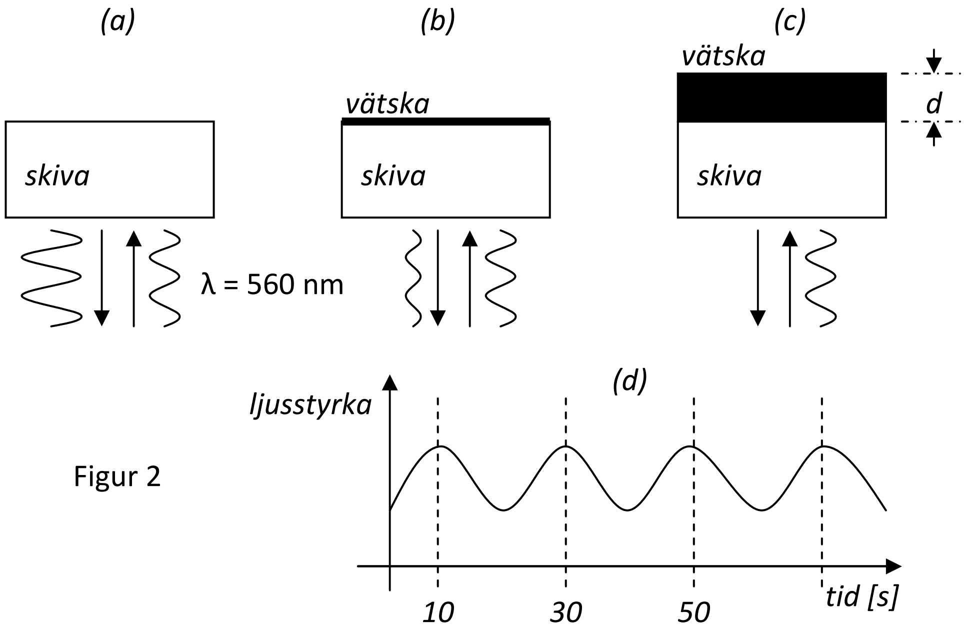
$$v = f \cdot \lambda = 500 \cdot 0{,}87 = 435\ [m/s]$$

b) **Svar:** *Gasen är Neon*

2. En stråle av ljus skickas vinkelrätt mot undersidan på en perfekt plan skiva av ett genomskinligt material, se figur 2(a) nedan. Ljuset har våglängden 560 nm inne i skivan. På ovansidan av skivan börjar sedan en genomskinlig vätska kondensera så att det blir ett tunt lager av vätskan ovanpå skivan, där lagrets tjocklek ökar med tiden (se figur 2(b) och (c)) när mer vätska kondenserar. Skillnaden mellan vätskans och skivans brytningsindex är liten. Om man tittar underifrån på skivan och studerar intensiteten (styrkan) på det ljus som reflekterats så är denna maximal innan vätskan börjar kondensera, för att sedan bli minimal direkt när det börjar bildas ett vätskelager (lagrets tjocklek mycket mindre än ljusets våglängd).

a) *Vilket material är optiskt tätare, skivan eller vätskan? Motivera ditt svar!*

(2p)



Figur 2

I figur 2(d) visas hur styrkan på det reflekterade ljuset varierar med tiden när vätskelagret blir tjockare och tjockare. Skillnaden i brytningsindex mellan de båda materialen kan försummas.

b) *Hur snabbt ökar tjockleken på vätskelagret (svara i μm/s)?*

(2p)

Lösningsförslag:

Om vätskelagret i 2(b) är mycket tunnare än en våglängd så kommer ljuset som reflekteras från gränsen mellan materialet och vätskan att i princip reflekteras ”i samma punkt” som det ljus som reflekterats i gränsytan mellan vätska och luft. Det gör att det inte är någon vägskillnad mellan dessa båda vågor, och om de ska ta ut varandra så att det blir ett minimum i reflekterad ljusstyrka så måste den ena reflekteras omvänd (180° fasförskjutning) och den andra rättvänd. Den enda möjligheten för detta är om vätskan är optiskt tätare än skivan för då fås reflektion mot tätare i gränsen mellan skivan och vätskan och reflektion mot tunnare i gränsytan mellan vätskan och omgivande luft.

a) ***Svar:*** *Vätskan är optiskt tätare än skivan*

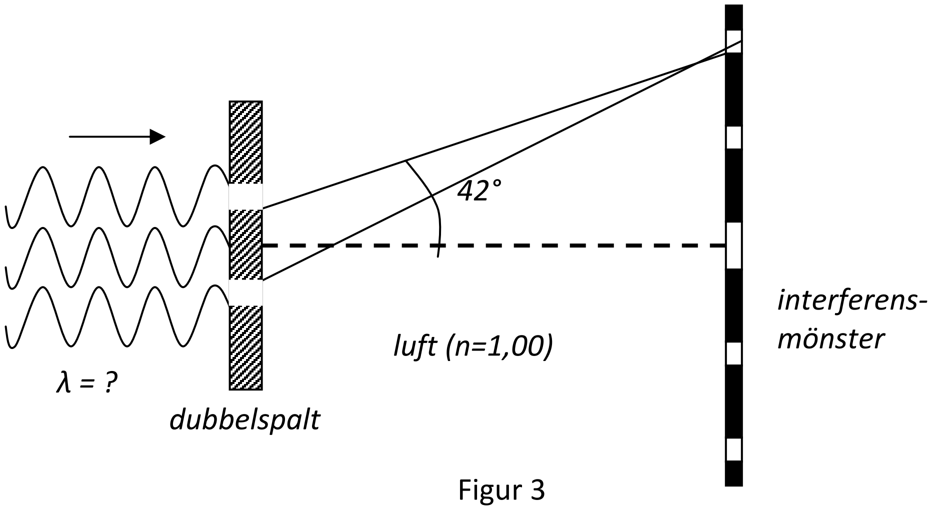
När sedan tjockleken på vätskeskiktet ökar kommer det också att bli en vägskillnad mellan de reflekterade vågorna. D.v.s. vågorna förskjuts ännu mer mot varandra. Och när det ljus som reflekterats i gränsytan mot luften fått gå en halv våglängds längre sträcka än det som reflekterats i gränsen mellan skivan och vätskan är dessa vågor i fas med varandra igen (de förstärker varandra) och ett maximum fås. När tjockleken sedan ökar ytterligare kommer de först att bli i ofas igen (minimum fås) och sedan i fas och så upprepas proceduren. Från ett max till nästa har vågen fått gå en extra våglängds sträcka genom vätskan, d.v.s. $2\cdot d$ (två gånger tjockleken på skiktet) – $\lambda = 2\cdot d$. Detta ger att tjockleken ökat med $d = \lambda/2$ från ett max till nästa. Från figuren ser man att det tar 20 s att gå från max till max. D.v.s. d ökar med en halv våglängd på 20 s. Observera också att om skillnaden i brytningsindex är så liten att man kan försumma den så kan man räkna med att våglängden är praktiskt taget densamma i både skivan och vätskan. Ur detta får vi:

$$\Delta d/\Delta t = (\lambda/2)/\Delta t = 0{,}56/(2\cdot 20) = 0{,}014\ [\mu m/s]$$

b) ***Svar:*** *Vätskelagrets tjocklek ökar med 0,014 μm/s*

3. Synligt ljus av en viss våglängd skickas genom en dubbelspalt där spaltavståndet är 2 µm. På en skärm på andra sidan dubbelspalten kan man se ett interferensmönster med omväxlande ljusa och mörka områden. Vid en vinkel på 42° från mittlinjen fås andra ordningens maximum (se figur 3 nedan).

a) *Vilken våglängd har ljuset?* (2p)



Figur 3

Ett genomskinligt material läggs in mellan dubbelspalten och skärmen så att det fyller upp hela området mellan skärmen och dubbelspalten. Vinkeln mot mittlinjen till andra ordningens maximum ändras då till 27°.

b) *Vad är ljusets hastighet i det genomskinliga materialet?*

(2p)

Lösningsförslag:

Enligt gitterformeln (som också gäller för en dubbelspalt) fås:

$$d \cdot \sin\alpha_n = n \cdot \lambda \;\Leftrightarrow\; \lambda = d \cdot \sin\alpha_n / n \;\Rightarrow\; \lambda = 2 \cdot 10^{-6} \cdot \sin(42)/2 = 6{,}7 \cdot 10^{-7}\ [m]$$

a) **Svar:** *Ljusets våglängd är 670 nm*

Om ett genomskinligt material passas in mellan dubbelspalten och skärmen så kommer med största sannolikhet ljusets hastighet att vara lägre i materialet än i luften. Frekvensen ändras dock inte vilket medför att våglängden för ljuset enligt $c = f \cdot \lambda$ kommer att bli kortare i materialet än i luften. Denna våglängd kan räknas ut från samma gitterformel som ovan:

$$d \cdot \sin\alpha_n = n \cdot \lambda \;\Leftrightarrow\; \lambda = d \cdot \sin\alpha_n / n \;\Rightarrow\; \lambda = 2 \cdot 10^{-6} \cdot \sin(27)/2 = 4{,}5 \cdot 10^{-7}\ [m]$$

Då ju frekvensen är densamma får vi för fallet med luft ovan att $c_{luft} = f \cdot \lambda_{luft}$ och för fallet med det genomskinliga materialet att $c_{mater} = f \cdot \lambda_{mater}$. D.v.s. om man bryter ut f ur båda och sätter dessa lika med varandra kan man räkna ut c_{mater} från de övriga enligt:

$$c_{mater}/\lambda_{mater} = c_{luft}/\lambda_{luft} \Leftrightarrow c_{mater} = \lambda_{mater} \cdot c_{luft}/\lambda_{luft} = 4{,}5\cdot10^{-7}\cdot3\cdot10^{8}/6{,}7\cdot10^{-7} = 2\cdot10^{8}\ [m/s]$$

b) ***Svar:*** *Ljusets hastighet i materialet är $2\cdot10^{8}$ m/s*

4. Säg att emittansen från en människa är 30% av emittansen hos en absolut svartkropp. Ytan av en genomsnittsmänniska är c:a 2 m^2 och den normala kroppstemperaturen vid huden är 25°C. I system som används i bilar för att automatiskt känna igen levande föremål mäts den våglängd vid vilken olika föremål utstrålar maximalt med energi. Vanlig mjölkchoklad innehåller c:a 23 kJ energi per gram.

a) *Ungefär vilken våglängd bör systemet kunna upptäcka för att känna igen en mänsklig varelse?*

(2p)

b) *Utan att tänka på andra energiförluster, hur många gram choklad behöver man äta varje dygn för att kompensera för den emitterade värmestrålningen?*

(2p)

Lösningsförslag:

Den våglängd för vilken den utstrålade energin är maximal beror enligt Wiens förskjutningslag enbart på föremålets yttemperatur (i Kelvin) enligt:

$$\lambda_{max}\cdot T = 2{,}90\cdot10^{-3} \Leftrightarrow \lambda_{max} = 2{,}90\cdot10^{-3}/T = 2{,}90\cdot10^{-3}/298 = 9{,}7\cdot10^{-6}\ [m]$$

a) ***Svar:*** *Systemet bör kunna upptäcka våglängder runt 10 µm*

Emittansen hos en absolut svartkropp beror också på kroppens yttemperatur och ges av:

$$M_{svartkropp} = \sigma\cdot T^4 \text{ där } \sigma = 5{,}67\cdot10^{-8}\ [W/m^2K^4]$$

För människokroppens emittans gäller dock att denna endast är c.a 30% av en svartkropps, d.v.s:

$$M_{människa} = 0{,}3\cdot M_{svartkropp} = 0{,}3\cdot \sigma\cdot T^4 = 0{,}3\cdot5{,}67\cdot10^{-8}\cdot298^4 = 134{,}14\ [W/m^2]$$

Den totalt utstrålade effekten från en människa blir då:

$$P_{människa} = M_{människa} \cdot A_{människa} = 134{,}14 \cdot 2 = 268{,}3\ [W]$$

Den totalt utstrålade energin från en människa över ett dygn blir då:

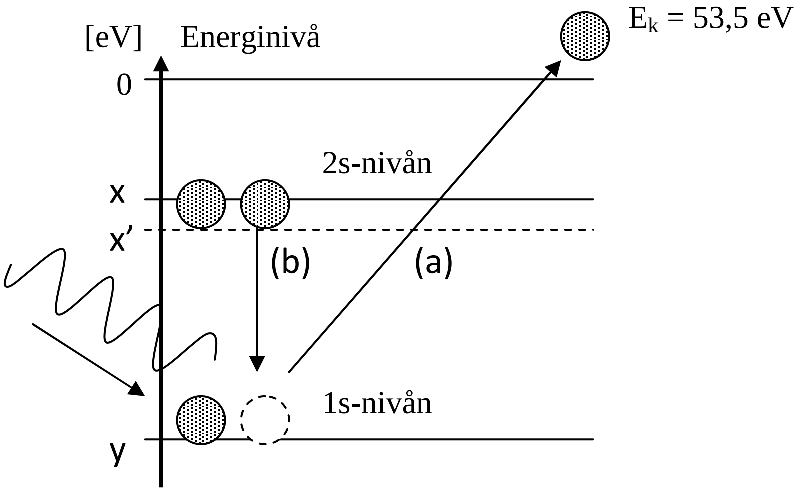
$$\Delta E = P_{människa} \cdot \Delta t = 268{,}3 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 2{,}32 \cdot 10^{7}\ [J]$$

Om choklad innehåller $2{,}3 \cdot 10^4$ J per gram så får vi att den utstrålade energin per dygn från en människa skulle motsvara:

$$2{,}32 \cdot 10^{7}\ [J]/2{,}3 \cdot 10^{4}\ [J/g] = 1000\ [g]$$

b) ***Svar:*** *Man skulle behöva äta c:a 1000 g choklad*

5. Fria atomer av en viss gas belyses med röntgenljus av våglängden $5{,}63 \cdot 10^{-9}$ m. Om en atom absorberar en sådan röntgenfoton kan en elektron från energinivån kallad 1s-nivån i figur 4 nedan frigöras ((a) i Fig. 4). Den frigjorda elektronens rörelseenergi blir då 53,5 eV.



Hur stor blir den frigjorda elektronens våglängd? (2p)

När en elektron frigörs från 1s-nivån kommer energin för 2s-nivån att omedelbart ändras från x till x', enligt figur 4 ovan, medan energin y för 1s-nivån praktiskt taget inte ändras. En elektron från 2s-nivån, nu med energin x', kan därefter ta den frigjorda elektronens plats ((b) i Fig. 4). Vid denna övergång från 2s- till 1s-nivån sänds en foton (ljus) ut med våglängden $1{,}15 \cdot 10^{-8}$ m.

Hur stor är energin för nivå 2s i den joniserade atomen, d.v.s. vilket värde har x' ?

(2p)

Lösningsförslag:

Den frigjorda elektronen har rörelseenergin 53,5 eV. Denna rörelseenergi är relaterad till elektronens rörelsemängd enligt:

$$E_k = p^2/(2 \cdot m_e) \Leftrightarrow p = \sqrt{(2 \cdot m_e \cdot E_k)}$$

Elektronens våglängd är relaterad till dess rörelsemängd enligt:

$$p = h/\lambda \Leftrightarrow \lambda = h/p$$

Genom att kombinera dessa samband och att 53,5 eV = $53{,}5 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{19}$ J fås:

$$\lambda = h/\sqrt{(2 \cdot m_e \cdot E_k)} = 6{,}63 \cdot 10^{-34}/\sqrt{(2 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 53{,}5 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19})} = 1{,}68 \cdot 10^{-10}\ [m]$$

a) ***Svar:*** *Den frigjorda elektronens våglängd blir1,68·10^-10 m.*

Energin hos en inkommande röntgenfoton fås från:

$$E_{foton} = h \cdot f = h \cdot c/\lambda = 6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8/5{,}63 \cdot 10^{-9} = 3{,}53 \cdot 10^{-17}\ [J]$$

Omräknat i energienheten eV får man:

$$E_{foton} = 3{,}53 \cdot 10^{-17}/1{,}602 \cdot 10^{-19} = 220{,}5\ eV$$

Bindningsenergin E_{bindn} i nivån 1s (-y i Fig 4, den energi som går åt för att frigöra en elektron från 1s-nivån) kan man få fram genom sambandet mellan E_{foton}, E_{bindn} (-y i Fig 4) och E_k enligt:

$$E_k = E_{foton} - E_{bindn} \Leftrightarrow E_{bindn} = E_{foton} - E_k = 220{,}5 - 53{,}5 = 167\ [eV] \Rightarrow y = -167\ eV$$

Då en elektron trillar ner från den ”nya” 2s-nivån (x’ i Fig. 4) så sänds en foton ut med våglängden $1{,}15 \cdot 10^{-8}$ m. På samma sätt som ovan är denna fotons energi:

$$E_{foton} = h \cdot c/\lambda = 6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8/1{,}15 \cdot 10^{-8} = 1{,}73 \cdot 10^{-17}\ [J] = 108\ [eV]$$

Fotonens energi motsvarar precis skillnaden i energi mellan 1s- och 2s-nivån. Energin i 2s-nivån fås alltså som:

$$E_{2s} - E_{1s} = E_{foton} \Rightarrow x' - y = E_{foton} \Rightarrow x' = E_{foton} + y = 108 + (-167) = -59\ [eV]$$

b) ***Svar:*** *Värdet på energin i den joniserade atomens 2s-nivå är -59 eV.*

6. Isotopen ^{241}Am av Americium används i många brandvarnare för att upptäcka brandförlopp som inte avger någon egentlig rök. ^{241}Am sönderfaller genom alfa-sönderfall (α-strålare).

Hur mycket energi frigörs när en ^{241}Am atom sönderfaller? (2p)

Säg att det i brandvarnaren från början finns 0,09g ^{241}Am och att det behövs att den utstrålade effekten minst är 10 mW för att brandvarnaren ska fungera.

Bortsett från batteriproblem, hur länge skulle en helt ny brandvarnare av denna typ kunna fungera?

(2p)

Lösningsförslag:

Eftersom alfa-sönderfall innebär att den ursprungliga atomkärnan sönderfaller i två delar där den ena delen är en helium-kärna fås följande reaktion för ^{241}Am:

$$^{241}_{95}Am \rightarrow ^{237}_{93}Np + ^{4}_{2}He$$

För att få fram hur mycket energi som frigörs räknas skillnaden i massa mellan före och efter reaktionen ut enligt:

$$\Delta m = m_{Am} - m_{Np} - m_{He} = 241{,}0568291 - 237{,}0481734 - 4{,}0026032542 = 6{,}0524458 \cdot 10^{-3}\ [u] = 6{,}0524458 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}660539 \cdot 10^{-27}\ [kg] = 1{,}005032 \cdot 10^{-29}\ [kg]$$

Hur mycket energi E som frigörs beror på den totala massminskningen Δm enligt:

$$E = \Delta m \cdot c^2 = 1{,}005032 \cdot 10^{-29} \cdot (2{,}998 \cdot 10^8)^2 = 9{,}033234 \cdot 10^{-13}\ [J]\ (= 5{,}6\ MeV)$$

a) **Svar:** *Då en Am-241 atom sönderfaller frigörs $9 \cdot 10^{-13}$ J (eller 5,6 MeV)*

För att erhålla effekten 10mW måste 10 mJ energi avges varje sekund. Då ett sönderfall avger $9{,}033234 \cdot 10^{-13}$ J behövs det $10 \cdot 10^{-3}/9{,}033234 \cdot 10^{-13}$ = $1{,}10702324328 \cdot 10^{10}$ sönderfall per sekund för att få effekten 10 mW. Antalet sönderfall per sekund är detsamma som aktiviteten R hos ett radioaktivt preparat. Aktiviteten R ges av:

$$R = \lambda \cdot N$$

Där N är antalet kärnor efter tidpunkten t och λ är sönderfallskonstanten. Vid tidpunkten t ska då R = $1{,}10702324328 \cdot 10^{10}$ sönderfall/sekund. Genom att räkna ut λ från sambandet mellan sönderfallskonstanten och halveringstiden kan man sedan räkna ut hur många Am-241 kärnor det behöver finnas för att få så många sönderfall per sekund och alltså en effekt på 10 mW.

Halveringstiden $T_{½}$ = 432,2 år = 432,2·365·24·60·60 sekunder[1] = 1,36298592·10^{10} sekunder.

$$\lambda = ln2/T_{½} = ln2/(1{,}36298592\cdot 10^{10}) = 5{,}08550506934\cdot 10^{-11}$$

Antalet atomkärnor som behövs för att aktiviteten R ska vara lika med 1,10702324328·10^{10} sönderfall per sekund fås då från:

$$N = R/\lambda = 1{,}10702324328\cdot 10^{10}/5{,}08550506934\cdot 10^{-11} = 2{,}1768206465\cdot 10^{20} \text{ st}$$

Från början finns det 0,09 g Am-241. Am-241 har atomvikten 241,0568291·1,660539·10^{-27} kg = 4,00284265937·10^{-25} kg = 4,00284265937·10^{-22} g. 0,09 g Am-241 kommer då att innehålla 0,09/ 4,00284265937·10^{-22} = 2,24840213965·10^{20} stycken atomer. Från början finns det alltså N_0 = 2,24840213965·10^{20} stycken atomer.

Enligt sönderfallslagen kan man då räkna ut hur lång tid t som gått från det att det funnits N_0 = 2,24840213965·10^{20} stycken atomer tills att det finns N = 2,1768206465·10^{20} stycken:

$$N = N_0\cdot e^{-\lambda\cdot t} \Leftrightarrow N/N_0 = e^{-\lambda\cdot t} \Leftrightarrow ln(N/N_0) = -\lambda\cdot t \Leftrightarrow t = -ln(N/N_0)/\lambda$$

$$t = -ln(2{,}1768206465\cdot 10^{20}/2{,}24840213965\cdot 10^{20})/\ 5{,}08550506934\cdot 10^{-11} = 6{,}36208402122\cdot 10^{8}\ [s] = 20{,}2 \text{ år}$$

b) ***Svar:*** *Brandvarnaren skulle överleva i c:a 20 år*

[1] Vi bortser glatt från effekten av skottår