

Linköpings Universitet
Institutionen för Fysik, Kemi och Biologi
Avdelningen för Tillämpad Fysik
Mike Andersson

Lösningförslag till

Repetitionsuppgifter

BFL 111/ BFL 120 Fysik del B2 för Tekniskt Basår/ Bastermin

2009-05-27

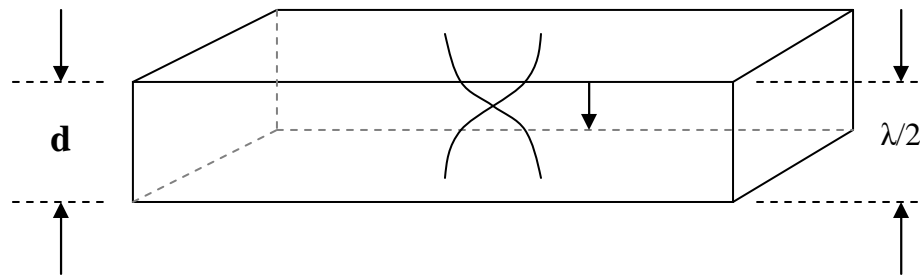
Lycka till!

Mike

1. För att få en stående våg ö.h.t. krävs minst en nod och en svängningsbuk. Eftersom filmen av materialet inte sitter fast i något, vare sig på ovan- eller undersidan, blir det en svängningsbuk både i ytan på ovensidan och på undersidan av filmen (Reflexion av vågen mot tunnare material både i ytan på ovensidan och på undersidan).

För den lägsta frekvens vid vilken man får en stående våg gäller då enligt $v = f \cdot \lambda$ att våglängden ska vara så lång som möjligt, samtidigt som det för den stående vågen alltid måste finnas minst en nod och en buk. Mellan två på varandra följande svängningsbukar (eller noder) är det ALLTID en halv våglängd.

Vi får då följande situation (skiss nedan):



- (a) Tjockleken på filmen är alltså $\lambda/2$, d.v.s:

$$d = \lambda/2 \Leftrightarrow \lambda = 2d$$

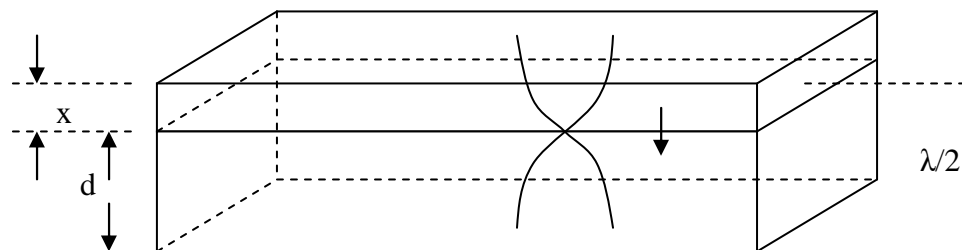
$$\lambda = 2 \cdot 5 \cdot 10^{-6} \text{ [m]} = 1 \cdot 10^{-5} \text{ [m]}$$

Frekvensen på vågen kan man räkna fram från:

$$v = f \cdot \lambda \Rightarrow f = v / \lambda = 3000 \text{ [m/s]} / 1 \cdot 10^{-5} \text{ [m]} = 3 \cdot 10^8 \text{ [s}^{-1}\text{]} = 300 \text{ MHz}$$

Svar: Den lägsta frekvens för vilken en stående våg fås är 300 MHz

- (b) Om man lägger på ytterligare ett skikt av samma material så att tjockleken på filmen ökar, men fortfarande studerar den lägsta frekvens som ger en stående våg i den här lite tjockare filmen fås följande situation:



Den totala tjockleken på filmen är nu $d + x$ och vi får:

$$d + x = \lambda/2 \Leftrightarrow \lambda = 2 \cdot (d + x)$$

Den nya lägsta frekvens vid vilken en stående våg fås är nu:

$$f = 300 \text{ MHz} - 100 \text{ MHz} = 200 \text{ MHz} = 2 \cdot 10^8 \text{ Hz}$$

Eftersom utbredningshastigheten alltid är densamma i ett och samma material får man:

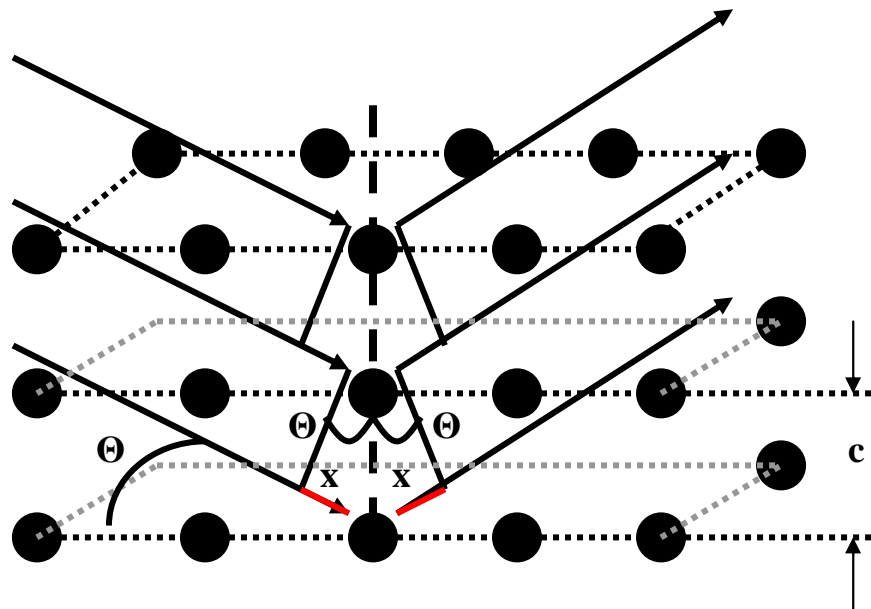
$$v = f \cdot \lambda \Leftrightarrow \lambda = v / f = 3000 \text{ [m/s]} / 2 \cdot 10^8 \text{ [s}^{-1}\text{]} = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ [m]}$$

$$d + x = \lambda/2 \Leftrightarrow x = \lambda/2 - d = 1,5 \cdot 10^{-5} / 2 - 5 \cdot 10^{-6} = 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ [m]}$$

Det extra skikt som läggs ovanpå det första är alltså $2,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ tjockt.

Svar: Skiktet är $2,5 \mu\text{m}$ tjockt

2.



Om en stråle av röntgenljus bestående av endast en våglängd skickas i en viss vinkel mot ytan på en kristall fås den ovan skisserade situationen. Ljusvågorna kommer att reflekteras i de olika atomplanen (streckade linjer), där infallsvinkeln = reflexionsvinkeln. Om man tittar i en punkt långt från kristallytan (på den atomära skalan) som ligger i riktningen Θ kommer vågorna som reflekterats i de olika atomplanen att mötas där. Om $\Theta > 0^\circ$ har vågorna färdats olika lång väg och kommer alltså inte fram till punkten samtidigt. För att ljuset ska ha hög intensitet i punkten vet vi dock att ljusvågorna från de olika atomplanen ska vara i fas (d.v.s. ha topp samtidigt och dal samtidigt). Detta innebär att vågorna som reflekterats i atomplan under det som finns precis i ytan måste komma fram ett helt antal våglängder efter den våg som reflekterats i ytomplanet. D.v.s. den extra sträcka (markerad med rött i figuren) som våg III gått i förhållande till våg II måste vara $n \cdot \lambda$, $n = \text{heltal}$. $n = 1$ vid första tillfället som en hög intensitet på ljuset erhålls då vinkeln ökas. Vi får då:

$$2 \cdot x = 1 \cdot \lambda \Leftrightarrow x = \lambda/2$$

Från figuren ser vi också att:

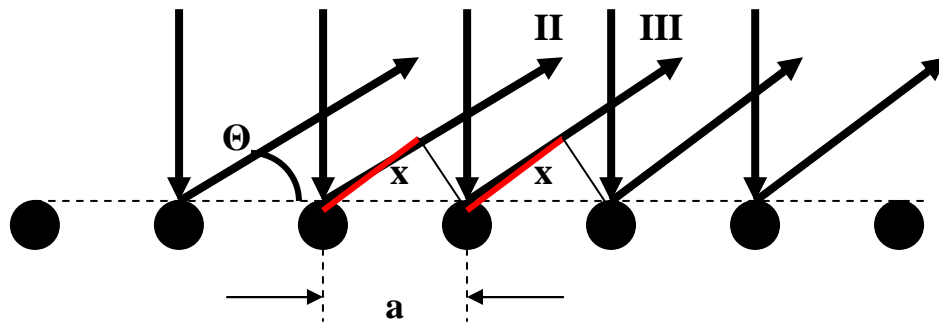
$$\sin\Theta = x/c \Leftrightarrow c = x/(\sin\Theta) \Rightarrow c = \lambda/(2\sin\Theta)$$

$$c = 2 \cdot 10^{-10} \text{ [m]} / (2 \cdot \sin(21,7)) = 2,7 \cdot 10^{-10} \text{ [m]} = 0,27 \text{ nm} = 2,7 \text{ \AA}$$

Svar: Avståndet c mellan poloniumatomerna är $2,7 \text{ \AA}$ ($0,27 \text{ nm}$)

3.

Även små partiklar har vågegenskaper, d.v.s. de kan beskrivas med en viss våglängd, amplitud etc. Detta gör att även små partiklar som elektroner på samma sätt som ljus kan uppvisa interferensfenomen. I vissa punkter kommer "elektronvågorna" att vara i fas och där fås alltså en hög intensitet av elektroner (man mäter upp att många elektroner når en sådan punkt) medan de kommer att vara i motfas i andra punkter (i sådana punkter detekteras väldigt få eller inga elektroner).



I riktningen $\Theta = 90^\circ$ kan man mäta upp ett stort antal reflekterade elektroner. Om Θ minskar minskar också antalet uppmätta elektroner innan det börjar öka igen och då vinkeln $\Theta = 67^\circ$ uppmäts återigen ett stort antal elektroner. Om vinkeln minskas ytterligare minskar antalet uppmätta elektroner igen. Elektronerna har accelererats av spänningen 135 V .

Om elektronerna accelererats av spänningen $U \text{ V}$ har de fått en rörelseenergi som ges av sambandet:

$$E_k = q \cdot U$$

Rörelseenergin för en partikel med massan m kan också skrivas:

$$E_k = m \cdot v^2/2 = p^2/(2 \cdot m) \quad (\text{ty rörelsemängden } p = m \cdot v)$$

Detta ger oss för rörelsemängden hos elektronerna:

$$p = \sqrt{2 \cdot m \cdot E_k} = \sqrt{2 \cdot m \cdot q \cdot U}$$

Våglängden hos nämnda elektroner kan vi få från följande samband:

$$p = h/\lambda \Rightarrow \lambda = h/p = h/\sqrt{2 \cdot m \cdot q \cdot U}$$

I en viss riktning $\Theta < 90^\circ$ kommer elektronerna ("elektronvågorna") att färdas olika långt innan de möts. För att mäta upp en hög intensitet på "elektronvågen" (d.v.s. mäta upp många elektroner) i en viss riktning måste dock elektronvågorna som studsats mot olika atomer vara i fas, d.v.s. våg II måste ha gått en extra sträcka (markerad med rött i figuren) jämfört med våg III som är ett helt antal våglängder lång: $x = n \cdot \lambda$. Vid första tillfället som en hög intensitet fås måste gälla att $n = 1$. Vi får alltså:

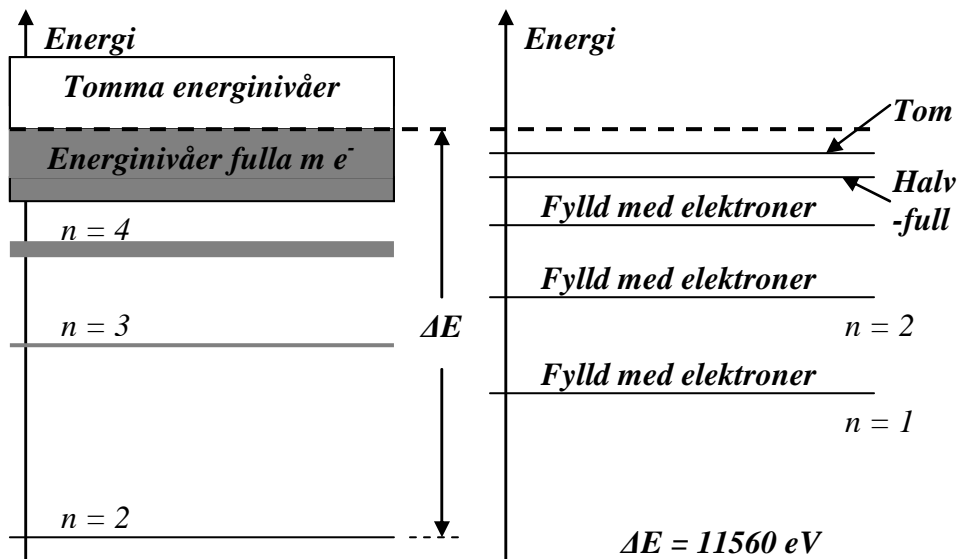
$$x = \lambda$$

$$\cos\Theta = x/a \Rightarrow \cos\Theta = \lambda/a \Leftrightarrow a = \lambda/\cos\Theta \Rightarrow$$

$$a = h/(\cos\Theta \cdot \sqrt{2 \cdot m \cdot q \cdot U}) = 6,63 \cdot 10^{-34} / (\cos(67) \cdot \sqrt{2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 135}) = 2,70 \cdot 10^{-10} \text{ [m]} = 0,27 \text{ nm} = 2,70 \text{ \AA}$$

Svar: Avståndet a mellan poloniumatomerna i ytan är 2,70 Å (0,27 nm)

4.



Figur 1. Observera att det är samma skala i båda energidiagrammen

För att elektronerna i nivå 2 ska kunna exciteras/ "joniseras" krävs att en elektron i denna nivå får minst så mycket energi av fotonen den "kolliderar" med att elektronen kan nå en energinivå som det finns lediga platser i, i det här fallet någon av de tomma energinivåerna högst upp i figur 1 eller så att den helt kan lämna materialet (matrisen av atomkärnor). D.v.s. elektronen måste få minst 11560 eV av fotonen. Fotonenergin – $E = h \cdot f$ – måste då vara minst 11560 eV.

För att få fram vilka våglängder på röntgenljuset som kan excitera elektronerna kan man använda sambandet mellan ljusets hastighet, frekvens och våglängd (**OBSERVERA att energin måste räknas i J för att få ut våglängden i m**):

$$c = f \cdot \lambda$$

$$E \geq h \cdot f = h \cdot c / \lambda \Rightarrow$$

$$11560 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \geq 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 / \lambda \Rightarrow$$

$$\lambda \leq 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 / 11560 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} = 1,07 \cdot 10^{-10} \text{ [m]}$$

Svar: Våglängder som är kortare än $1,07 \cdot 10^{-10}$ m

När en syremolekyl kommer väldigt nära ytan på Pt-metallen (så att syre adsorberas till metallytan) kan elektroner röra sig mellan syret och Pt-metallen (flytta sig från den ena till den andra), d.v.s. en kemisk bindning bildas mellan Pt och syre (O). Eftersom det finns lediga platser på energinivåer i syremolekylerna som ligger lägre i energi än de högsta energinivåerna som är fyllda med elektroner i Pt-materialet kommer elektroner att flytta över mer till syret så att de får lägre energi. Detta innebär att den högsta energinivån i Pt som det finns elektroner i kommer att ligga något lite lägre i energi. Då kommer det också att krävas lite mindre energi för att excitera elektroner från nivå 2 till en ledig plats. D.v.s. absorption av ljus kan ske vid något lägre energi då Pt oxiderat i ytan. Kurva (a) motsvarar alltså oxiderad Pt.

Svar: Kurva (a) motsvarar oxiderad Pt (Pt-O)

5. Något annat som kan vara intressant att undersöka är hur ytomerna i ett material växelverkar med ämnen (atomer eller molekyler) i den omgivande atmosfären.

Om en yta bestående av grundämnet Platina (Pt) belyses med ljus av tillräckligt kort våglängd kan elektroner frigöras ur metallen (Pt är en metall). Den energi som går åt för att frigöra elektroner ur metallen kallas utträdesenergin eller utträdesarbetet och för en ren Platina-yta är värdet på utträdesarbetet $\Phi = 4,7$ eV.

- (a) Vilka våglängder på ljuset som ytan belyses med kan frigöra elektroner ur metallen?

$$\text{Energin hos ljuset: } E = h \cdot f = h \cdot c / \lambda$$

$$\text{Energi som går åt för att frigöra en elektron: } \Phi$$

Om energin hos ljuset är större än energin som går åt för att frigöra en elektron kan elektronen frigöras, d.v.s.

$h \cdot c / \lambda > \Phi$ för att frigöra elektronen \Rightarrow

$$\lambda < h \cdot c / \Phi = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 / (1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 4,7) = 2,64 \cdot 10^{-7} \text{ [m]}$$

Svar: Ljus med våglängder kortare än $2,6 \cdot 10^{-7}$ m (260 nm) kan frigöra elektroner från Pt-metallens yta.

Om Platina-ytan inte är ren utan syremolekyler (i form av syreatomer) från luften fastnat på (adsorberat till) den ändras utträdesarbetet. För en Platina-yta som är täckt med syreatomer är utträdesarbetet $\Phi = 5,3$ eV. Om å andra sidan ytan skulle vara täckt med kolmonoxid (CO) skulle utträdesarbetet vara $\Phi = 4,9$ eV.

Säg nu att en syretäckt Platina-yta belyses med ljus av våglängden 200 nm. Så utsätter man ytan för kolmonoxid (CO). Kolmonoxiden reagerar med syre på Pt-ytan och bildar koldioxid (CO₂), vilket inte sitter kvar på ytan, så länge det finns syre kvar på ytan. När syret är slut fastnar istället CO på ytan så att den blir helt täckt av CO.

(b) Hur stor är skillnaden mellan den spänning som krävs för att bromsa upp de elektroner till vila som frigjorts ur en syretäckt Pt-yta och den spänning som krävs för att bromsa upp de elektroner till vila som frigjorts ur en CO-täckt Pt-yta?

Rörelseenergin hos de frigjorda elektronerna ges av:

$$E_k = h \cdot f - \Phi = h \cdot c / \lambda - \Phi$$

Den energi som går åt för att flytta en elektron över spänningen U mot fältet ges av:

$$E = q \cdot U$$

Då elektronen precis bromsats till vila gäller:

$$E_k = q \cdot U \Leftrightarrow h \cdot c / \lambda - \Phi = q \cdot U$$

Man får:

$$h \cdot c / \lambda - \Phi_{\text{syre}} = q \cdot U_{\text{syre}}$$

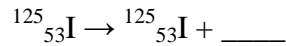
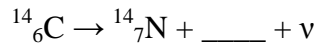
$$h \cdot c / \lambda - \Phi_{\text{CO}} = q \cdot U_{\text{CO}}$$

$$U_{\text{syre}} - U_{\text{CO}} = (\Phi_{\text{CO}} - \Phi_{\text{syre}}) / q = (4,9 \text{ eV} - 5,3 \text{ eV}) \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} / 1,602 \cdot 10^{-19} = -0,4 \text{ V}$$

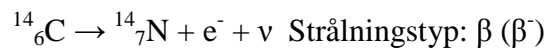
Svar: Skillnaden i spänning är 0,4 V.

6.

Några vanliga radioaktiva isotoper som används för att märka in DNA är t.ex. ^{14}C och ^{125}I (kol-14 och jod-125), vilka sönderfaller/ omvandlas enligt följande:



- (a) Man ser att kol-14 (^{14}C) har en atomkärna som består av 14 kärnpartiklar totalt (antalet protoner + neutroner), d.v.s. 6 protoner och $14 - 6 = 8$ neutroner. Denna atomkärna omvandlas till kväve-14 som består av 7 protoner och 7 neutroner, d.v.s. en proton mer och en neutron färre än i kol-14-kärnan. En neutron måste alltså ha omvandlats till en proton. För att behålla laddningsbalansen måste då också en elektron ha bildats, enligt $n \rightarrow p^+ + e^- + \nu$. Man får:



För jod-125 ser vi att antalet protoner och neutroner inte ändras då kärnan "omvandlas". Det enda som kan hända är alltså att kärnan går från ett högre till ett lägre energitillstånd under utsändande av ljus – γ -strålning.



- (a) ^{125}I har en halveringstid på 59,4 dygn. Hur lång tid måste den fotografiska filmen exponeras för pappret med de isotopinmärkta DNA-sekvenserna om det krävs att 1% av den ursprungliga mängden ^{125}I sönderfallit för att tillräckligt många silverjoner omvandlats till silveratomer för att det ska synas tillräckligt bra på filmen?

Sönderfallet följer sambandet

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Där N är antalet exciterade kärnor efter en viss tid t , N_0 är antalet exciterade kärnor vid tiden $t = 0$, och λ är sönderfallskonstanten.

Efter tiden $t = T_{1/2}$ - halveringstiden – finns hälften av de exciterade kärnorna som fanns vid $t = 0$ kvar =>

$$0,5 \cdot N_0 = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot T_{1/2}} \Leftrightarrow 1/2 = e^{-\lambda \cdot T_{1/2}} \Leftrightarrow \ln(1/2) = -\lambda \cdot T_{1/2} \Leftrightarrow -\ln 2 = -\lambda \cdot T_{1/2} \Leftrightarrow$$

$$\lambda = \ln 2 / T_{1/2} \Rightarrow \lambda = \ln 2 / 59,4 = 0,0117$$

Om man vill veta hur lång tid det tar för 1% av atomkärnorna att deexciteras ("omvandlas") får man plocka fram ett värde på t ur:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

$$0,99 \cdot N_0 = N_0 \cdot e^{-0,0117 \cdot t} \Leftrightarrow$$

$$\ln 0,99 = -0,0117 \cdot t \Leftrightarrow$$

$$t = \ln 0,99 / -0,0117 = 0,861 \text{ [dygn]} = 20,7 \text{ [h]}$$

Svar: Den fotografiska filmen behöver exponeras c:a 21 timmar för de isotopmärkta DNA-sekvenserna.