

## Lösningförslag

Tentamen torsdagen den 23:e maj 2013, kl 08:00 – 12:00

### **Fysik del B2 för tekniskt / naturvetenskapligt basår / bastermin**

### **BFL 122 / BFL 111**

Tentamen består av totalt 6 uppgifter där varje korrekt löst uppgift belönas med 4 poäng. Maximal skrivningspoäng är 24.

Hjälpmedel: Miniräknare och formelsamling; Formler och Tabeller i Fysik, Matematik och Kemi, Konvergenta HB

#### **Tänk på att:**

- Varje inlämnat Lösningsblad skall vara numrerat och märkt med AID-nummer
- Endast lösningen till **EN** uppgift får redovisas på varje blad/papper
- Inlämnade lösningar skall vara renskrivna och läsbara
- Alla lösningar skall vara välmotiverade
- En figur/ skiss underlättar alltid lösningsprocessen samt förståelsen av lösningen.

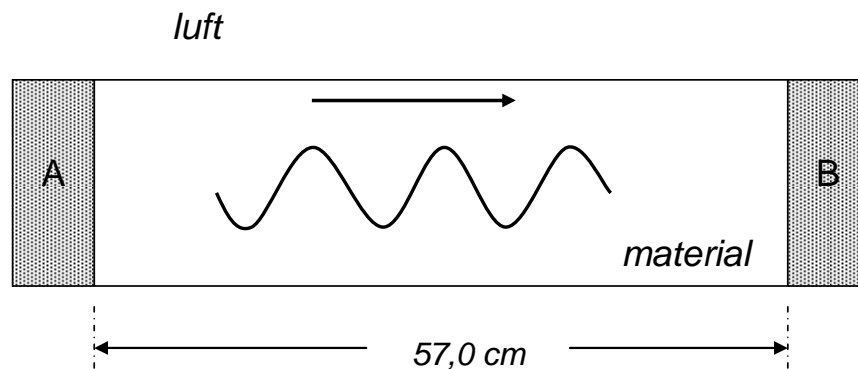
Jourhavande lärare kommer att finnas till hands under själva tentamenstiden för att svara på frågor angående eventuella oklarheter i problemformuleringarna. Om jourhavande lärare inte finns på plats i ett visst ögonblick kan denne nås på tel. nr. 0723-282327 under skrivningstiden.

Lösningförslag kommer att läggas upp på kurshemsidan efter skrivningstidens slut.

<i>Prel. betygsgränser:</i>	5	20-24 p
	4	15-19 p
	3	10-14 p

***Lycka till!!***

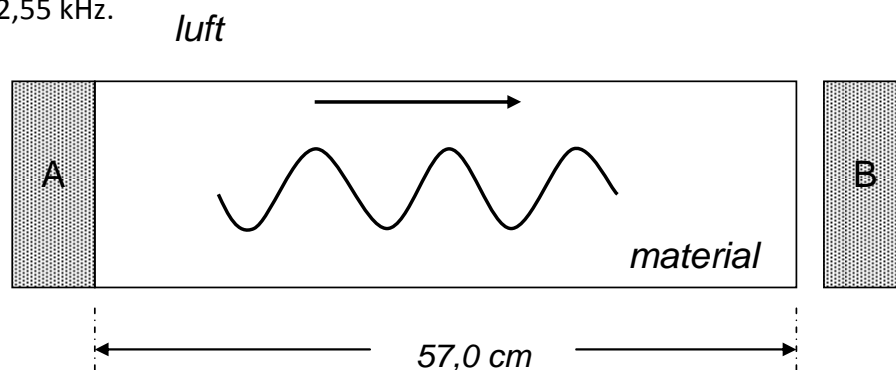
1. Om ett materials elastiska egenskaper ändras kommer utbredningshastigheten för mekaniska vågor att ändras i materialet. Man kan alltså avgöra om t.ex. ett viktigt fäste i en flygplansvinge börjar bli utmattat (och behöver bytas) genom att mäta och räkna fram utbredningshastigheten för en mekanisk vågrörelse genom materialet. Materialet i figuren nedan sitter fast i ett "tätare" material (A och B) i båda ändar och är för övrigt omgivet av luft. En vågrörelse skickas genom materialet enligt figur. Materialets längd mäts till 57,0 cm och när frekvensen ökas från "noll" fås för första gången en stående våg då frekvensen är 5,00 kHz. Normalt är vågutbredningshastigheten 5900 m/s i materialet .



- a) Avgör om materialet i figuren har sina normala egenskaper (d.v.s. materialets elasticitet ej är förändrad ) eller inte. Motivera ditt svar!

( 3p )

Materialet lossnar från det "tätare" materialet B i ena änden (men sitter fortfarande fast i materialet A i andra änden), se figur nedan, varvid längden 57,0 cm fortfarande mäts upp för materialet men första stående vågen nu fås för 2,55 kHz.



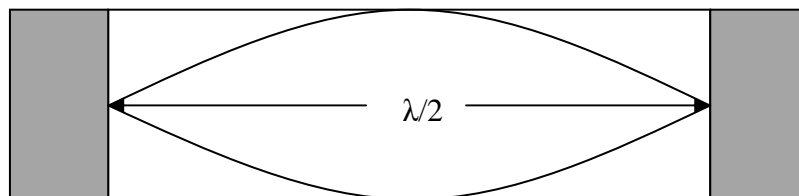
- b) Avgör om materialet i denna situation har sina normala egenskaper eller inte. Motivera ditt svar!

( 1p )

### Lösningsförslag:

- (a) Om materialet har sina normala egenskaper är utbredningshastigheten för en mekanisk våg genom materialet 5900 m/s. Förslagsvis beräknas därför denna utbredningshastighet för den aktuella situationen utifrån given information i uppgiften.

Enligt uppgift fås den första stående vågen för en frekvens på 5,00 kHz. Den första stående våg som kan fås och som uppfyller kraven på en stående våg (minst en nod och en buk i den stående vågen och att det alltid bildas en nod i gränsen mot "tätare" material och en buk i gränsen mot "tunnare" material) har noder i gränssytorna mellan materialet och de tätare materialen A och B, samt en buk mitt emellan dessa noder, se fig. nedan.



Eftersom det alltid är en halv våglängds sträcka mellan två intill varandra liggande noder finner vi att våglängden för aktuell vågrörelse fås från följande samband:

$$\lambda/2 = 57,0 \text{ [cm]} \Leftrightarrow \lambda = 2 \cdot 0,570 \text{ [m]} = 1,140 \text{ [m]}$$

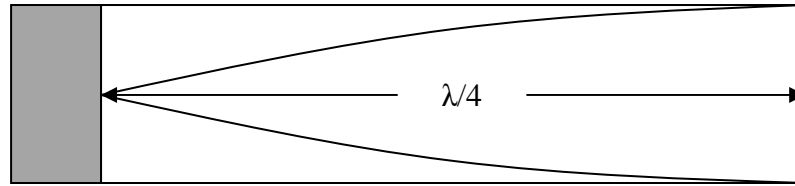
Utifrån sambandet mellan utbredningshastighet, frekvens och våglängd kan nu utbredningshastigheten beräknas:

$$v = f \cdot \lambda \Rightarrow v = 5,00 \cdot 10^3 \cdot 1,140 = 5700 \text{ [m/s]}$$

D.v.s. utbredningshastigheten för aktuellt fall är lägre än den normala.

**Svar:** Materialet har inte sina normala elastiska egenskaper då utbredningshastigheten är 5700 m/s istället för normala 5900 m/s

- (b) På samma sätt som ovan kan man avgöra hur det förhåller sig i den här situationen genom att göra samma beräkning som ovan, med den skillnaden att den första stående våg som bildas nu kommer att ha en nod i den ände av materialet som sitter fast i A och en buk i den ände som lossnat från B, enligt figur på nästa sida.



Vi får således:

$$\lambda/4 = 57,0 \text{ [cm]} \Leftrightarrow \lambda = 4 \cdot 0,570 \text{ [m]} = 2,28 \text{ [m]}$$

$$v = f \cdot \lambda = 2,55 \cdot 10^3 \cdot 2,28 = 5814 \text{ [m/s]} \approx 5810 \text{ m/s}$$

**Svar:** Nej, materialet har inte sina normala egenskaper i den här situationen heller, då utbredningshastigheten är 5810 m/s, vilket är lägre än den normala hastigheten 5900 m/s

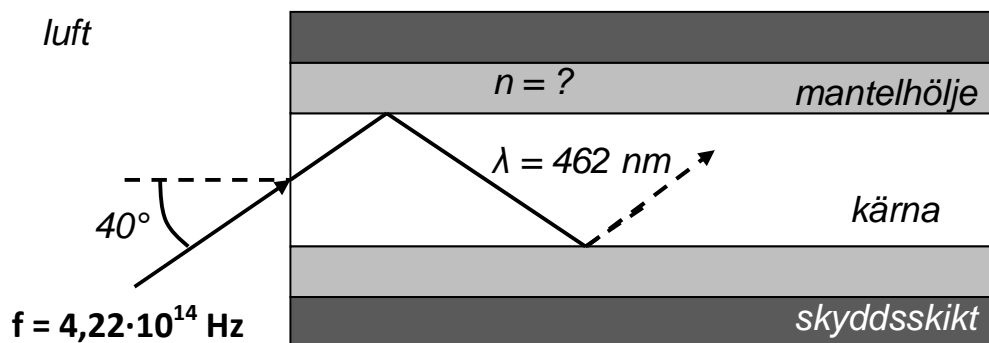
2. En optisk fiber för datakommunikation är i allmänhet uppbyggd som visas i figuren nedan, med en inre kärna som ljuset färdas i samt ett mantelhölje och ett skyddsskikt, och är gjord för att leda en ljusstråle från den ena änden av fibern till den andra änden genom upprepade reflektioner inne i fiberns kärna. Säg att ljus med frekvensen  $4,22 \cdot 10^{14}$  Hz infaller från luft mot centrum av ena änden på fibern (enligt figur) i en vinkel på  $40^\circ$  mot normalen till ändens yta. Inne i den optiska fibern är ljusets våglängd 462 nm. Fibern är 1 km lång.

- a) Hur lång tid tar det för ljusstrålen att passera genom fibern från ände till ände?

( 3p )

- b) Vilka värden kan mantelhöljets brytningsindex ha om ljuset som skickas in i  $40^\circ$  vinkel mot ändens centrum (idealt) inte ska försvagas i styrka då det färdas genom fibern?

( 1p )



**Lösningsförslag:**

- (a) Eftersom frekvensen aldrig ändras då en vågrörelse passerar gränsen mellan olika material kommer ljusets frekvens även inuti fibern att vara  $4,22 \cdot 10^{14}$  Hz, d.v.s. ljusets utbredningshastighet inuti fibern blir då:

$$v = f \cdot \lambda = 4,22 \cdot 10^{14} \cdot 4,62 \cdot 10^{-7} = 1,95 \cdot 10^8 \text{ [m/s]}$$

Vid passage från omgivande luft in i fibern kommer ljusstrålen också att brytas i gränsen. För att ta fram brytningsvinkeln behöver brytningsindex räknas fram enligt:

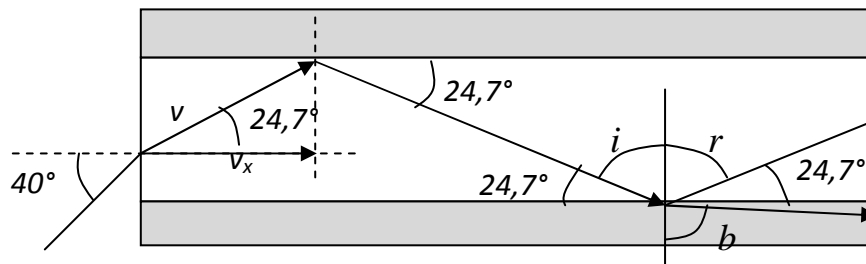
$$n_{\text{kärna}} = c_0 / c_{\text{kärna}} = 3 \cdot 10^8 / 1,95 \cdot 10^8 = 1,54$$

Enligt brytningslagen fås då brytningsvinkeln från:

$$n_{\text{luft}} \cdot \sin i = n_{\text{kärna}} \cdot \sin b \Leftrightarrow \sin b = n_{\text{luft}} \cdot \sin i / n_{\text{kärna}} = 1,00 \cdot \sin 40 / 1,54 = 0,417 \Rightarrow$$

$$i = 24,67^\circ$$

Eftersom ljuset inte färdas i en rak linje genom fibern utan i ett zick-zack-mönster kommer dock ljusstrålens utbredning i x-led att vara långsammare och det blir nödvändigt att ta fram hastighetens komponent i x-led. Därvidlag kan observeras att reflexionsvinkeln alltid är lika med infallsvinkeln då ljusstrålen reflekteras i gränsen mellan kärnan och mantelhöljet varför ljusstrålens riktning hela tiden bildar  $24,67^\circ$  vinkel mot den helt raka fiberns riktning, se figur nedan.



Vi får:

$$v_x / v = \cos 24,67^\circ \Leftrightarrow v_x = v \cdot \cos 24,67 = 1,95 \cdot 10^8 \cdot \cos 24,67 = 1,77 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Och för tiden det tar fås:

$$s = v \cdot t \Leftrightarrow t = s / v = 1000 / 1,77 \cdot 10^8 = 5,64 \cdot 10^{-6} \text{ [s]} = 5,6 \mu\text{s}$$

**Svar:** Det tar  $5,6 \mu\text{s}$

- (b) För att inte försvagas lite grand i varje reflexion är det önskvärt att inget av ljuset kan lämna kärnan, d.v.s. totalreflexion krävs i varje reflexion i gränsen mellan kärna och mantelhölje. Villkoret för totalreflexion fås från brytningslagen med en brytningsvinkel på  $90^\circ$  (eller "mer").

$$n_{\text{kärna}} \cdot \sin i = n_{\text{mantel}} \cdot \sin b \Leftrightarrow n_{\text{mantel}} = n_{\text{kärna}} \cdot \sin i / \sin b = n_{\text{kärna}} \cdot \sin i / \sin 90 =$$

$$n_{\text{kärna}} \cdot \sin i / 1 = n_{\text{kärna}} \cdot \sin i = n_{\text{kärna}} \cdot \sin(90 - 24,67)$$

För att kunna räkna fram vilka brytningsindex som krävs för mantelhöljet har vi sedan tidigare att kärnans brytningsindex är 1,54.

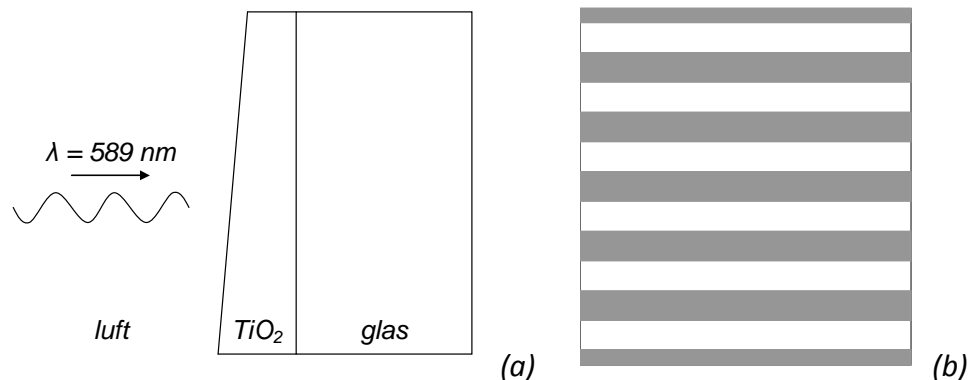
Då fås att mantelhöljets brytningsindex kan vara

$$n_{\text{mantel}} = n_{\text{kärna}} \cdot \sin i = 1,54 \cdot \sin 65,33 = 1,40$$

Eftersom brytning sker från normalen för brytningsindex hos mantelhöljet som är mindre än brytningsindex hos kärnan, och ju mindre brytningsindex desto större brytning, kommer också brytningsindex mindre än 1,40 att ge totalreflexion.

**Svar:** Mantelhöljets brytningsindex kan vara mellan 1 och 1,40

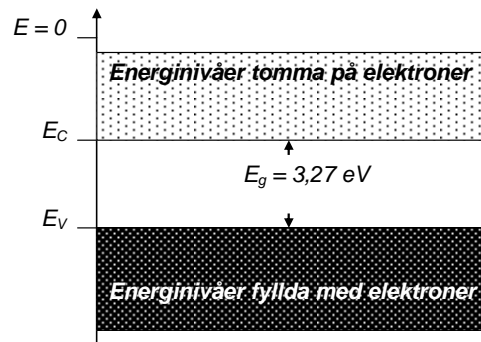
3. Om man belägger vanligt fönsterglas med ett tunt skikt av titandioxid ( $\text{TiO}_2$ ), som har ett brytningsindex på 2,55, kan man tillverka självrengörande ("självputsande") fönster.  $\text{TiO}_2$  är katalytiskt aktivt och bryter ner smutsen i väldigt små delar som sedan sköljs bort med vattnet när det regnar. Vid tillverkningen av ett sådant fönster har dock tjockleken på  $\text{TiO}_2$ -skiktet inte råkat bli samma över hela fönstret utan ökar konstant från över- till underkanten av fönstret, som ses i (a) i figuren nedan. I skenet från en gatlampan som sänder ut gult ljus kan ett mönster med omväxlande ljusa och mörka partier, som i (b) i figuren nedan, ses om man tittar på fönstret utifrån. Det mot fönstret infallande ljuset har våglängden 589 nm, se (a) i figuren nedan.



a) Hur mycket ökar tjockleken på  $\text{TiO}_2$ -skiktet från över- till underkanten på fönstret? Motivera med redovisad beräkning!

( 3p )

Nedan ges de översta energibanden för  $\text{TiO}_2$  vars katalytiska egenskaper kommer från att  $\text{TiO}_2$  absorberar solljus, vilket gör att  $\text{TiO}_2$  kan avge och uppta elektroner i kemiska reaktioner med olika ämnen utan att själv permanent förändras.



b) Förklara utifrån figuren ovan och en enkel beräkning varför vi med våra ögon inte uppfattar att det blir mörkare inuti hus som har fönster belagda med  $\text{TiO}_2$  fastän  $\text{TiO}_2$  absorberar solljus. Motivera väl!

( 1p )

### Lösningförslag:

(a) När tjockleken på  $\text{TiO}_2$ -skiktet ökar kommer de vågor som reflekteras i gränssytan mellan  $\text{TiO}_2$  och glas att behöva gå allt längre väg extra jämfört med de som reflekteras i gränsen mellan luft och  $\text{TiO}_2$ , varför de förskjuts mer och mer jämfört med de som reflekteras i gränsen mellan luft och  $\text{TiO}_2$  innan de möts i luften och interfererar. Längst upp på fönstret interfererar de till att ge ett minimum och för varje nytt minimum neråt över fönstret måste vågen som reflekteras i  $\text{TiO}_2$ /glas gränsen ha gått en våglängds extra sträcka i  $\text{TiO}_2$ -skiktet. Detta genom att ta sig in till gränsen, reflekteras och sedan ut igen samma sträcka. D.v.s. för varje nytt minimum kommer tjockleken att öka med en halv våglängd. I figuren kan man räkna till att det finns 6 avstånd mellan minima från översta till understa kanten på fönstret, d.v.s. tjockleken ökar med 6 halva våglängder, d.v.s.  $3\lambda$ . Observera dock att detta avser våglängden inne i  $\text{TiO}_2$ -skiktet. Frekvensen ändrar sig dock inte för vågrörelsen då den passerar gränsen mellan olika material, varför man får:

$$c_{\text{luft}} = f \cdot \lambda_{\text{luft}} \quad , \quad c_{\text{TiO}_2} = f \cdot \lambda_{\text{TiO}_2} \quad , \quad n_{\text{TiO}_2} = c_{\text{luft}} / c_{\text{TiO}_2} \Rightarrow$$

$$c_{\text{TiO}_2} = c_{\text{luft}} / n_{\text{TiO}_2} \quad , \quad f = c_{\text{luft}} / \lambda_{\text{luft}} \Rightarrow$$

$$c_{\text{luf}} / n_{\text{TiO}_2} = (c_{\text{luf}} / \lambda_{\text{luf}}) \cdot \lambda_{\text{TiO}_2} \Rightarrow \lambda_{\text{TiO}_2} = \lambda_{\text{luf}} / n_{\text{TiO}_2} = 589 / 2,55 \text{ [nm]} = 231 \text{ nm}$$

$$3 \cdot \lambda = 3 \cdot 231 \text{ nm} = 693 \text{ nm} = 0,693 \text{ }\mu\text{m}$$

**Svar:** Tjockleken ökar med c:a 0,69 $\mu\text{m}$

- (b) Endast den del av ljuset från solen för vilken fotonerna har en energi större än 3,27 eV kommer att absorberas i  $\text{TiO}_2$ . D.v.s.

$$E_{\text{foton}} = h \cdot f > E_g \Rightarrow h \cdot c / \lambda > E_g \Rightarrow \lambda / (h \cdot c) < 1 / E_g \Rightarrow \lambda < h \cdot c / E_g$$

För att få våglängden i meter måste dock energin räknas i Joule, d.v.s.

$$\lambda < h \cdot c / E_g \Rightarrow \lambda < 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 2,998 \cdot 10^8 / (3,27 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19}) = 3,79 \cdot 10^{-7} \text{ [m]} = 380 \text{ nm}$$

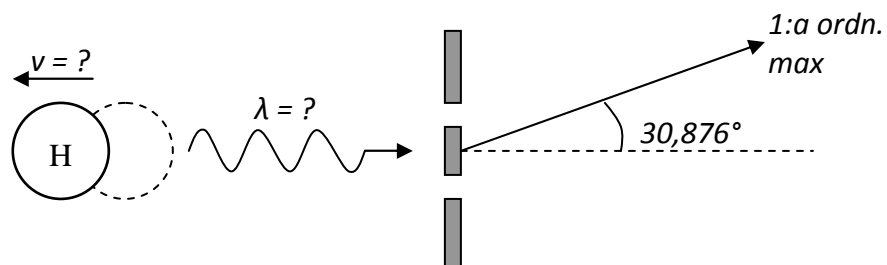
Bara ljus som har våglängder kortare än 380 nm kommer att absorberas i  $\text{TiO}_2$ -skiktet. Eftersom synligt ljus har våglängder (i luft) från 400 nm och upp till 750 nm, kommer detta ljus inte att absorberas.

**Svar:** Därför att det krävs mer energi hos fotonerna för att absorberas i  $\text{TiO}_2$  än vad fotonerna i synligt ljus har, så de passerar bara rakt igenom  $\text{TiO}_2$ .

4. Ett stort antal väteatomer befinner sig alla i ett och samma exciterade tillstånd och återgår sedan direkt till grundtillståndet, varvid var och en sänder ut en foton (lika stor energi hos var och en av alla fotonerna), se figur nedan. Ljuset i en viss riktning från atomerna får passera en dubbelspalt där avståndet mellan spalterna är 0,2000  $\mu\text{m}$  varvid första ordningens maximum fås i riktningen 30,876° på andra sidan spalterna.

- a) Vilket tillstånd befann sig väteatomerna i, med avseende på huvudkvantalet  $n = 1, 2, 3, 4, \dots$ , precis innan fotonerna sändes ut? Motivera ditt svar med redovisad beräkning.

(3 p)



Antag att en väteatom befinner sig i vila innan fotonen sänds ut, enligt ovan.

- b) Vilken fart  $v$  får väteatomen omedelbart efter det att fotonen sänts ut?

(1 p)



**Lösningsförslag:**

- (a) Från interferens i dubbelspalten kan fotonernas våglängd räknas fram

$$d \cdot \sin \alpha = n \cdot \lambda \Leftrightarrow \lambda = d \cdot \sin \alpha / n$$

Eftersom vinkeln ges till 1:a ordningens maximum fås att  $n=1$

$$\lambda = d \cdot \sin \alpha / n = 2,0 \cdot 10^{-7} \cdot \sin 30,876 / 1 = 1,026 \cdot 10^{-7} \text{ [m]}$$

Från fotonens våglängd är det möjligt, genom att kombinera sambanden  $E_{\text{foton}} = h \cdot f$  och  $c = f \cdot \lambda$ , att räkna fram den från väteatomen utsända fotonens energi då väteatomen deexciteras.

$$E_{\text{foton}} = h \cdot f = h \cdot c / \lambda = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 2,998 \cdot 10^8 / 1,026 \cdot 10^{-7} = 1,937 \cdot 10^{-18} \text{ [J]} =$$

$$12,089 \text{ [eV]}$$

Energierna för väteatomens grundtillstånd,  $n = 1$ , och exciterade tillstånd, motsvarande energinivåerna med  $n = 2, 3, 4, \dots$ , ges av

$$E_n = -13,6/n^2 \text{ [eV]}$$

Då väteatomen deexciteras till grundtillståndet kommer den utsända fotonens energi att vara exakt lika med skillnaden i energi mellan den energinivå ( $n = 2$  eller  $3$  eller  $4$  eller ...) elektronen övergår från och energin för grundtillståndet som den övergår till, d.v.s.

$$E_{\text{foton}} = -13,6/n^2 - (-13,6/1^2) \Leftrightarrow 12,089 = 13,6 - 13,6/n^2 \Leftrightarrow$$

$$13,6/n^2 = 13,6 - 12,089 \Leftrightarrow 13,6/n^2 = 1,511 \Leftrightarrow n^2 = 13,6/1,511 \Leftrightarrow$$

$$n = 3$$

**Svar:**  $n = 3$

- (b) Om en väteatom är i vila innan den deexciteras innebär det att dess rörelsemängd är noll. Det innebär, enligt rörelsemängdens bevarande, också att systemets rörelsemängd efter deexcitationen ska summera till noll. Eftersom fotonen har en rörelsemängd som ges av:

$$p = h/\lambda$$

måste det innebära att atomen också får en till beloppet lika stor rörelsemängd, fast i motsatt riktning (så att summan, med riktning, blir noll). Då fås:

$$p_{\text{foton}} = h/\lambda, \quad p_{\text{atom}} = m \cdot v, \quad p_{\text{foton}} = p_{\text{atom}} \Leftrightarrow h/\lambda = m \cdot v \Leftrightarrow v = h/(m \cdot \lambda)$$

$$v = 6,63 \cdot 10^{-34} / (1,675 \cdot 10^{-27} \cdot 1,026 \cdot 10^{-7}) = 3,86 \text{ [m/s]}$$

**Svar:**  $v = 3,86 \text{ m/s}$

5. Man önskar studera de eventuellt skadliga verkningarna från användningen av Ruthenium som ett av flera katalysatormaterial i avgasrening från personbilar, där en isotop av Ruthenium,  $^{106}\text{Ru}$  (atommassa: 105,907329 u), inte är stabil utan omvandlas under utsändande av en negativ betapartikel. Vid omvandlingen frigörs energi i form av rörelseenergi hos betapartikeln (den bildade antineutrino och dess energi kan försummas), vars värde (och därmed potentiella farlighet) man undersöker genom att bromsa upp betapartiklarna mot en kopparplåt. När en betapartikel med viss rörelseenergi bromsas upp mot plåten avges rörelseenergin genom att en eller flera fotoner bildas. I den här undersökningen visade det sig att de fotoner med kortast våglängd som kunde detekteras hade en våglängd på  $2,56 \cdot 10^{-12} \text{ m}$ .

a) Vad är betapartiklarnas rörelseenergi före inbromsningen och vilken är den i omvandlingen bildade nukliden?

( 2p )

b) Vilken atommassa har den bildade nukliden? Svara med den neutrala, icke-laddade, atomens massa.

( 2p )

### Lösningförslag

De bildade fotoner som har kortast våglängd är också de som har störst energi och utgör de fotoner som motsvarar fallet då hela rörelseenergin hos betapartikeln, då denna bromsas in, avges genom att en foton bildas. D.v.s. fotonens energi och den rörelseenergi en betapartikel hade innan den bromsades upp måste vara lika. Då fås:

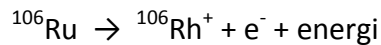
$$E_{k,\beta} = E_{\text{foton}} = h \cdot c / \lambda$$

$$E_{k,\beta} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 2,998 \cdot 10^8 / 2,56 \cdot 10^{-12} = 7,76 \cdot 10^{-14} \text{ [J]} = 0,484 \text{ [MeV]}$$

Vid negativt betasönderfall kommer en neutron att omvandlas till en proton och en betapartikel, vilket gör att masstalet förblir oförändrat – 106 – medan atomnumret ökar från 44 (för Ruthenium) till 45 (för Rhodium), då en neutron försvinner och en proton tillkommer. Den bildade nukliden är således  $^{106}\text{Rh}$ .

**Svar:** Betapartiklarnas rörelseenergi före inbromsningen är 0,484 MeV och den bildade nukliden är  $^{106}\text{Rh}$ .

(b) Följande ekvation kan ställas upp för sönderfallet:



Eftersom en neutron sönderfaller till en proton och en elektron, så kommer den extra elektron som behövs för att kompensera för den extra protonen som ger den positiva jonen av grundämnet Rh och den elektron som naturligen skulle ingå i den neutrala, icke-laddade, Rh-atomens massa att bildas i processen och redan finns med i ekvationen på rätt sida. Därför behöver inte någon hänsyn tas till den bildade elektronens massa ( $^{106}\text{Rh}^+ + e^-$  är den neutrala Rh-atomens massa). Man behöver därför bara bekymra sig om skillnaden mellan  $^{106}\text{Ru}$ -atomens massa (som givits i uppgiften) och massan för  $^{106}\text{Rh}^+ + e^-$  för att räkna ut den icke-laddade  $^{106}\text{Rh}$ -atomens massa. Som synes ges denna skillnad enbart av den frigjorda energin som blivit till rörelseenergi hos betapartikeln. Eftersom energi frigjorts i processen måste  $^{106}\text{Rh}$  ha lägre energi, vilket i det här fallet också betyder lägre massa.

Från sambandet  $E = m \cdot c^2$  mellan massa och energi fås att massan minskar med

$$\Delta m = \Delta E/c^2 = 7,76 \cdot 10^{-14} / (2,998 \cdot 10^8)^2 = 8,64 \cdot 10^{-31} \text{ [kg]} = 5,20 \cdot 10^{-4} \text{ [u]}$$

$^{106}\text{Rh}$ -atomens massa fås från

$$105,907329 - 0,000520 = 105,906809 \text{ u}$$

**Svar:** Den icke-laddade  $^{106}\text{Rh}$ -atomens massa är 105,906809 u

6. En tillämpning av slumpmässigheten i radioaktivt sönderfall är vid konstruktion av en slumpvalsgenerator, ett instrument som slumpar fram tal och som bl.a. utnyttjas för att ta fram krypteringsnycklar som är oerhört svåra att knäcka. I en viss sådan slumpvalsgenerator består det radioaktiva materialet av grundämnet Strontium, med följande fördelning mellan de ingående isotoperna;

Isotop	Nuklidmassa	Halveringstid	Procentandel
$^{84}\text{Sr}$	83,913425u	Stabil	0,56
$^{86}\text{Sr}$	85,9092602u	Stabil	9,86
$^{87}\text{Sr}$	86,9088771u	Stabil	7,00
$^{88}\text{Sr}$	87,9056121u	Stabil	82,58
$^{90}\text{Sr}$	89,907738u	28,79 år	0,00012
$^{94}\text{Sr}$	93,915361u	1,26 minuter	0,00017

- a) Säg att det i slumpvalsgeneratorn från början finns 90 ng ( $9,0 \cdot 10^{-8}$  g) strontium (Sr). Uppskatta ungefär hur länge slumpvalsgeneratorn kan fungera om det i genomsnitt krävs minst 3 sönderfall under en 10-sekunders-period för att ge önskvärt resultat?

( 3p )

Säg att denna slumpvalsgenerator används ombord på en rymdsond som färdas med en hastighet på 230 000 000 m/s relativt jorden för att skicka krypterad data till NASA Glen Research Centre, Cleveland, Ohio.

- b) Under hur lång tid kan man vid NASA förvänta sig att kunna ta emot tillförlitligt krypterad data från rymdsonden?

( 1p )

### Lösningförslag:

- (a) För att beräkna hur lång tid det tar innan det i genomsnitt sker 3 sönderfall per 10 sekunder (= 0,3 sönderfall per sekund) i ett preparat som från början består av 90 ng Sr, där grundämnet Sr utgör en blandning av 6 olika isotoper, varav två inte är stabila och sönderfaller med viss halveringstid, kan sambandet för förändring i aktivitet med fördel användas.

$$A(t) = \lambda \cdot N(t) \quad , \quad N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \quad \Leftrightarrow$$

$$A(t) = \lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

Bekvämast är också att konstatera att det i 90 ng Sr finns ungefär lika mycket av de båda isotoper som ger upphov till sönderfall, men att den andra ( $^{94}\text{Sr}$ ) har mycket kortare halveringstid än den första ( $^{90}\text{Sr}$ ), varför den andra har försvunnit långt innan den första och därför inte bidrar till några sönderfall vid den tidpunkt då det fortfarande blir relativt sett ganska många sönderfall från den första (Annars får man räkna ut tiden för båda och jämföra). Det räcker alltså att räkna på  $^{90}\text{Sr}$ .

En atom av  $^{90}\text{Sr}$  har massan (ur tabell) 89,907738 u, vilket motsvarar  $89,907738 \cdot 1,660539 \cdot 10^{-27} \text{ [kg]} = 1,492953 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$ . Från början finns det totalt 90 ng (=  $9,0 \cdot 10^{-8} \text{ g} = 9,0 \cdot 10^{-11} \text{ kg}$ ) Sr, varav 0,00012% utgörs av  $^{90}\text{Sr}$ , d.v.s.  $9,0 \cdot 10^{-11} \cdot 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ [kg]} = 1,08 \cdot 10^{-16} \text{ kg}$ . Då fås att det från början finns

$$N_0 = 1,08 \cdot 10^{-16} / 1,492953 \cdot 10^{-25} = 7,233985 \cdot 10^8 \text{ st}$$

$^{90}\text{Sr}$ -atomer i preparatet.

Från halveringstiden  $T_{1/2}$  kan sönderfallskonstanten  $\lambda$  räknas fram enligt:

$$\lambda = \ln 2 / T_{1/2} = \ln 2 / (28,79 \cdot 365,25 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60) = 7,629 \cdot 10^{-10} \text{ [s}^{-1}\text{]}$$

Insättning i sambandet för aktivitet ( $A = 0,3$  sönderfall per sekund) ger:

$$0,3 = 7,629 \cdot 10^{-10} \cdot 7,233985 \cdot 10^8 \cdot e^{-(7,629 \cdot 10^{-10}) \cdot t}$$

$$\ln[0,3 / (7,629 \cdot 10^{-10} \cdot 7,233985 \cdot 10^8)] = -7,629 \cdot 10^{-10} \cdot t$$

$$0,6095 = 7,629 \cdot 10^{-10} \cdot t$$

$$t = 7,9899 \cdot 10^8 \text{ [s]} = 25,32 \text{ år.}$$

**Svar:** I c:a 25 år

- (b) Eftersom sönderfallen sker i rymdsonden (händelsen eller förloppet som man mäter upp i vila relativt rymdsonden) kommer den tid som uppmäts på rymdsonden för hur länge slumtalsgeneratorn fungerar att utgöra egentiden  $t_0$ , medan tiden  $t$  mäts vid NASA Glen Research Centre. Då fås

$$t = t_0 / \sqrt{1 - v^2/c^2} = 25,32 / \sqrt{1 - 2,3^2/3^2} = 39,4 \text{ [år]}$$

**Svar:** I c:a 39 år.