Linköpings Universitet
Institutionen för Fysik, Kemi, och Biologi
Avdelningen för Tillämpad Fysik
Mike Andersson

Lösningsförslag

Fredagen den 29:e maj 2009, kl 08:00 – 12:00

Fysik del B2 för tekniskt / naturvetenskapligt basår / bastermin

BFL 120 / BFL 111

Tentamen består av totalt 6 uppgifter där varje korrekt löst uppgift belönas med 4 poäng. Maximal skrivningspoäng är 24.

Hjälpmedel: Miniräknare och valfri formelsamling

Tänk på att:

- Varje inlämnat lösningsblad skall vara numrerat och märkt med identifikationsnummer
- Endast lösningen till **EN** uppgift får redovisas på varje blad/ papper
- Inlämnade lösningar skall vara renskrivna och läsbara
- Alla lösningar skall vara välmotiverade
- En figur/ skiss underlättar alltid lösningsprocessen samt förståelsen av lösningen.

OBSERVERA: ***Själva frågan som ska besvaras för varje uppgift är given i kursiv stil***

Jag kommer att finnas till hands under själva tentamenstiden för att svara på frågor angående eventuella oklarheter i problemformuleringarna. Om jag inte finns på plats i ett visst ögonblick kan jag nås på tel. nr. 0762-672281 under skrivningstiden.

Lösningsförslag kommer att läggas upp på kurshemsidan efter skrivningstidens slut.

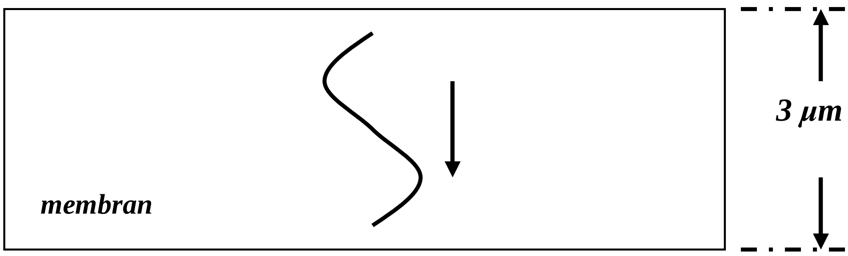
Betygsgränser:	5	20-24 p
	4	15-19 p
	3	10-14 p

Lycka till!! //Mike

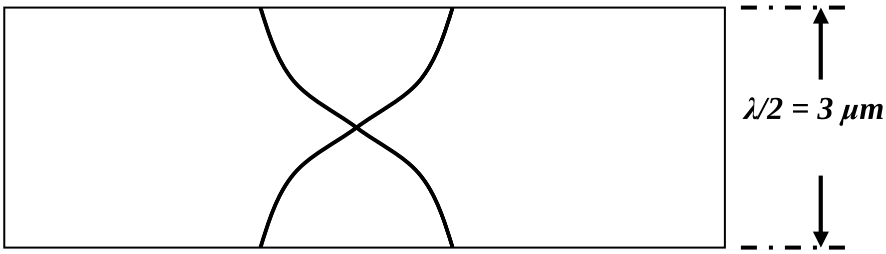
1. För vissa frekvenser kan det bildas stående vågor i ett tunt ”membran” av materialet kvarts (SiO_2) om man låter en vågrörelse utbreda sig tvärs igenom materialet (se figur nedan).

Vilken är den lägsta frekvens för vilken man får en stående våg i ett 3μm tunt membran av kvarts (se figur nedan) om vågornas utbredningshastighet i kvarts är 5900 m/s?

(4p)



Lösningsförslag:



Lägsta möjliga frekvens => längsta möjliga våglängd som ger stående våg => så få bukar och noder som möjligt => tjockleken på membranet motsvarar en halv våglängd.

$$\lambda/2 = 3\cdot10^{-6}\ [\mathrm{m}] \ \Leftrightarrow\ \lambda = 6\cdot10^{-6}\ [\mathrm{m}]$$

Genom sambandet $v = f\cdot\lambda$ fås frekvensen till:

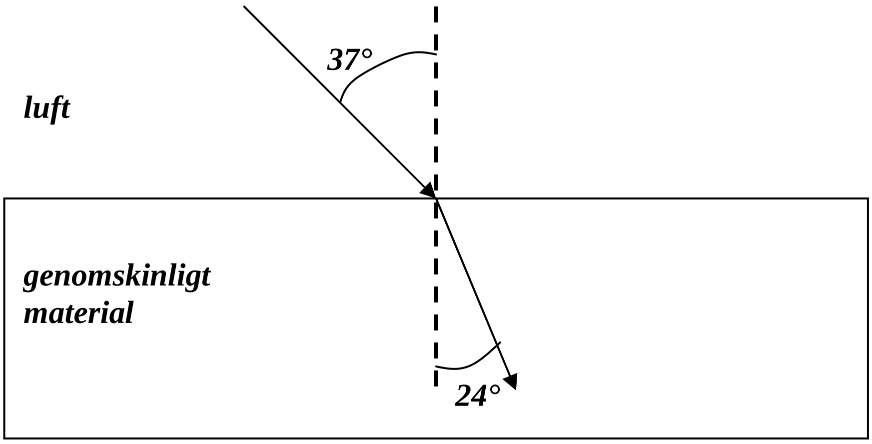
$$f = v/\lambda = 5900 / 6\cdot10^{-6} = 9{,}8\cdot10^{8}\ [\mathrm{Hz}]$$

Svar: Frekvensen är 0,98 GHz

2. Vid en undersökning av egenskaperna hos ett genomskinligt material kunde man konstatera att en stråle laserljus av våglängden 570 nm som infööll mot en plan yta av materialet i riktningen 37° mot normalen till ytan hade riktningen 24° mot normalen inne i materialet (se figur nedan)

Vad är ljusets hastighet inne i materialet?

(4p)



Lösningsförslag:

Brytningslagen – $n_{luft} \cdot \sin i = n_{material} \cdot \sin b$ – ger brytningsindex för materialet:

$$1 \cdot \sin 37 = n_{material} \cdot \sin 24 \;\Leftrightarrow\; n_{material} = \sin 37 / \sin 24 = 1{,}479$$

Sambandet mellan ljusets hastighet i materialet och materialets brytningsindex

$n_{material} = c_0 / c_{material}$ där c_0 är ljusets hastighet i vakuum

$c_{material} = c_0 / n_{material} = 2{,}998 \cdot 10^8 / 1{,}479 = 2{,}0 \cdot 10^8$ [m/s]

Svar: $2{,}0 \cdot 10^8$ m/s

3. Man vill med hjälp av ett gitter dela upp det synliga ljuset från en ljuskälla som sänder ut ljus av många våglängder. Våglängderna hos synligt ljus varierar från 400 till 750 nm.

Hur stor är vinkeln mellan de båda riktningarna som man får ljusmaximum i för 400 respektive 750 nm om gitterkonstanten är 0,80 μm?

(4p)

Lösningsförslag:

I första ordningens spektrum fås ljusmaximum för ljus med våglängden 400 nm i riktningen α_{400} enligt följande samband:

$$n\cdot\lambda = d\cdot\sin(\alpha_{400}) \text{ , där } n = 1,\ \lambda = 4{,}0\cdot10^{-7}, \text{ och } d = 8{,}0\cdot10^{-7}$$

$$\sin(\alpha_{400}) = 1\cdot4{,}0\cdot10^{-7} / 8{,}0\cdot10^{-7} = 0{,}5 \ \Rightarrow \alpha_{400} = 30°$$

Motsvarande beräkning för ljus av våglängden 750 nm ger:

$$n\cdot\lambda = d\cdot\sin(\alpha_{750}) \text{ , där } n = 1,\ \lambda = 7{,}5\cdot10^{-7}, \text{ och } d = 8{,}0\cdot10^{-7}$$

$$\sin(\alpha_{750}) = 1\cdot7{,}5\cdot10^{-7} / 8{,}0\cdot10^{-7} = 0{,}5 \ \Rightarrow \alpha_{750} = 69{,}6°$$

Något andra ordningens spektrum förekommer inte eftersom $2\cdot\lambda \geq d$, vilket skulle göra $\sin\alpha \geq 1$, vilket inte fungerar mer än för just fallet då $\sin\alpha = 1$, d.v.s. något spektrum kan inte fås.

Vinkeln mellan dessa båda riktningar fås då som:

$$\alpha_{750} - \alpha_{400} = 69{,}6 - 30° = 40°$$

Svar: Vinkeln mellan de båda riktningarna är 40°

Svar: Vinkeln är 40°

4. En bit av cesiummetall belyses med ljus av våglängden 490 nm. Utträdesenergin för elektronerna är 1,81 eV.

Beräkna de frigjorda elektronernas våglängd. (4p)

Lösningsförslag:

Då en foton ”kolliderar” med en elektron i metallen, kan elektronen ta upp hela fotonens energi och får då lika mycket extra energi som fotonens energi var tidigare. Av detta försvinner 1,81 eV, vilket är den energimängd som går åt för att frigöra elektronen ur metallen och som räknat i Joule blir $1,81 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19}$. Resten finns som rörelseenergi hos elektronen.

Röreleseenergin hos elektronen fås då som

$$E_k = E_{foton} - E_u \,,\; E_{foton} = h \cdot f = h \cdot c/\lambda$$

$$E_k = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8} / 4,9 \cdot 10^{-7} - 1,81 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} = 1,16 \cdot 10^{-19} \text{ [J]}$$

Via sambanden mellan rörelseenergi och rörelsemängd samt rörelsemängd och våglängd kan man räkna ut det sistnämnda:

$$E_k = p^2 / (2 \cdot m) \;\Leftrightarrow\; p = \sqrt{(2 \cdot m \cdot E_k)} \;\text{ och }\; p = h / \lambda \;\Rightarrow$$

$$\lambda = h / \sqrt{(2 \cdot m \cdot E_k)} = 6,63 \cdot 10^{-34} / \sqrt{(2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 1,16 \cdot 10^{-19})} = 1,44 \cdot 10^{-9}$$

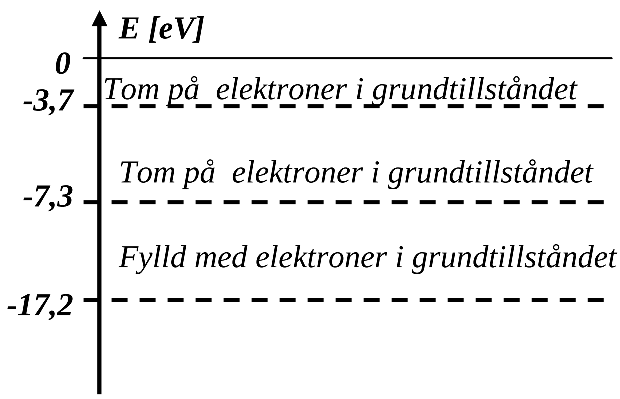
Svar: De frigjorda elektronernas våglängd är 1,4 nm

5. Elektronerna i atomerna hos en enatomig gas kan befinna sig på följande energinivåer; -63,5 , -17,2 , -7,3 , och -3,7 eV. I grundtillståndet är de två första energinivåerna fyllda med elektroner medan de två sista är tomma (se också figur nedan). Elektronerna i lägre energinivåer kan exciteras till högre genom att bestrålas med t.ex. ljus eller elektroner.

i) *Atomerna bestrålas med fotoner med energierna 9,9 och 15,0 eV. Vilka våglängder har det ljus som sänds ut när elektronerna återgår till den lägre energinivån?*

ii) *Vilka våglängder har det ljus som sänds ut när elektronerna återgår till den lägre energinivån om atomerna bestrålas med elektroner med samma energier som fotonerna?*

(4p)



Lösningsförslag:

För att energin hos fotonen ska kunna tas upp av en elektron så att elektronen exciteras till en högre energinivå måste fotonens energi vara ***precis lika stor*** som skillnaden mellan energin för nivåerna elektronen går mellan. Den enda elektronövergång och fotonenergi som uppfyller detta krav är från nivå 2 till 3 (alltså från -17,2 till -7,3 nivån) och fotonenergin 9,9 eV. När elektroner sedan deexciteras och återgår till nivå 2 utsänds motsvarande energimängd i form av ljus. Enligt nedanstående samband fås ljusvåglängden som:

$$E_{foton} = h \cdot f = h \cdot c / \lambda \Leftrightarrow \lambda = h \cdot c / E_{foton}$$

$$\lambda = 6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8} / (9{,}9 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}) = 1{,}25 \cdot 10^{-7} \quad [m]$$

Svar: Våglängden för det utsända ljuset är 125 nm

Om däremot elektronerna exciteras av andra elektroner så behöver inte hela energin avges från den ena elektronen till den andra. Då behöver inte heller energierna hos de elektroner atomerna bestrålas med vara precis lika stora som skillnaden mellan energin för nivåerna elektronerna går mellan, det räcker med att de är större än skillnaden. Eftersom skillnaden mellan -17,2 och -3,7 är 13,5 så kan nu alltså elektroner exciteras från -17,2 till -3,7 nivån. Vi får då följande möjliga elektronövergångar då elektronerna deexciteras:

Från 4 till 3:

Samma beräkningar som ovan ger: $\lambda = 345$ nm

Från 3 till 2:

Samma som ovan: $\lambda = 125$ nm

Från 4 till 2:

Samma beräkningar som ovan ger: $\lambda = 92$ nm

6. Människokroppen innehåller ett flertal radioaktiva ämnen, varav ett är kalium, som till 0,012% består av den radioaktiva isotopen kalium-40. Halveringstiden för kalium-40 är $1{,}3 \cdot 10^{9}$ år. Kaliums atommassa är i genomsnitt 39,1 u, där 1 u motsvarar $1{,}66054 \cdot 10^{-27}$ kg.

Beräkna den aktivitet kalium-40 har hos en person om den totala mängden kalium som personen har i kroppen är 172 g.

(4p)

Lösningsförslag:

Antalet atomer av den radioaktiva isotopen kalium-40 fås genom att dela den totala massan kalium med den genomsnittliga atommassan för kalium och sedan multiplicera med andelen kalium-40 – 0,012%.

$$\text{Antal atomer } ^{40}K = 0{,}172 \cdot 0{,}00012 \,/\, (39{,}1 \cdot 1{,}66054 \cdot 10^{-27}) = 3{,}18 \cdot 10^{20}$$

Aktiviteten ges av sambandet $R = \lambda \cdot N$, där λ är sönderfallskonstanten och N är antalet radioaktiva atomer vid tillfället då aktiviteten mäts.
Sönderfallskonstanten fås från halveringstiden via följande samband:

$$\lambda = \ln 2 \,/\, T_{½} \text{ , där } T_{½} \text{ är halveringstiden, } \lambda = \ln 2 \,/\, 1{,}3 \cdot 10^{9} = 5{,}33 \cdot 10^{-10}$$

OBSERVERA dock att sönderfallskonstanten då har enheten [år^{-1}]

Om man vill ange aktiviteten i sönderfall per sekund får man dividera med antalet sekunder per år:

$$\lambda = 5{,}33 \cdot 10^{-10} \,/\, (365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60) = 1{,}69 \cdot 10^{-17} \text{ [s}^{-1}\text{]}$$

Aktiviteten fås då från:

$$R = \lambda \cdot N = 1{,}69 \cdot 10^{-17} \cdot 3{,}18 \cdot 10^{20} = 5377 \text{ [s}^{-1}\text{]}$$

Svar: Aktiviteten är 5,4 kBq