7. Atomfysik – väteatomen

Partiklars vågegenskaper

Som kunnat konstateras uppträder elektromagnetisk strålning – ljus – som en dubbelnatur, ibland behöver man beskriva ljus som vågrörelser och ibland är det nödvändigt att betrakta ljus som en ström av små ljuspartiklar – fotoner – vars storlek bestäms av att ljus av en viss våglängd (frekvens) bara kan existera för en viss minsta energimängd som ges av sambandet **$E = h \cdot f$**, där h är Plancks konstant (= $6{,}63 \cdot 10^{-34}$ [Js]) och f är frekvensen. Om nu ljus ibland måste beskrivas som att det har partikelegenskaper, kan det då tänkas att även det som vi normalt betraktar som partiklar ibland skulle kunna beskrivas med egenskaper som vi normalt förknippar med vågor.

Ett av de tidigaste experimenten för att undersöka denna hypotes ges i Fig. 7.1 nedan. Experimentet gick ut på att elektroner med en viss energi sändes iväg mot ytan på en tunn bit metall. Atomerna i ytan på metallen sitter regelbundet i förhållande till varandra enligt figuren nedan. Elektroner som träffar en atom i ytan kommer att studsa tillbaka i olika riktningar. Intuitivt bör det vara helt slumpmässigt vilka riktningar som elektronerna studsar tillbaka i, d.v.s. det borde inte vara någon skillnad i sannolikhet att en elektron studsar tillbaka i en viss riktning jämfört med en annan. Vid ett sådant experiment placerades en fluorescerande skärm så att de elektroner som studsat tillbaka skulle kunna träffa den. Varje gång en elektron träffar skärmen kommer den att lysa upp för en kort stund just i den punkten där elektronen träffar. Resultatet kan ses i Fig. 7.1 på nästa sida.

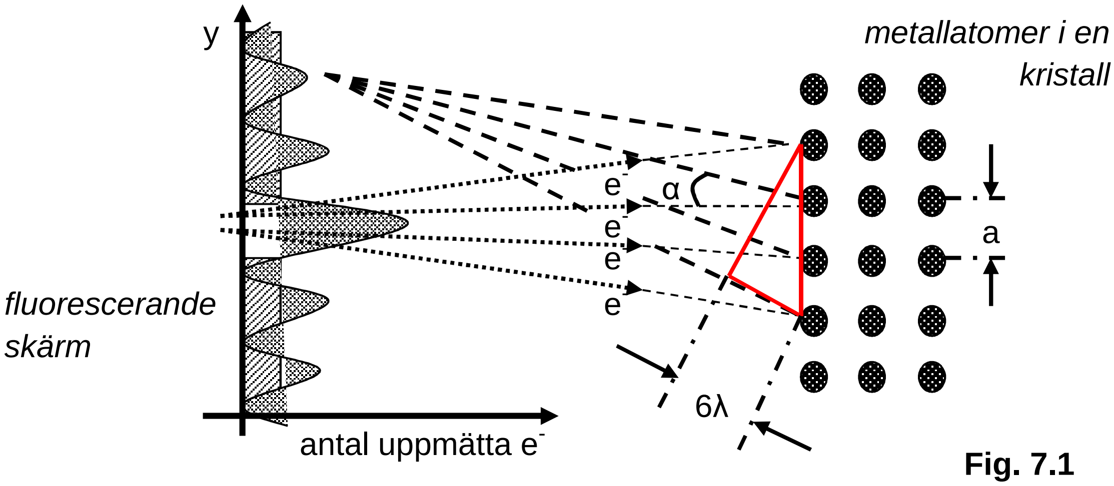


Fig. 7.1

Antalet uppmätta elektroner, i form av intensiteten på det ljus som skickades ut från den fluorescerande skärmen, varierade över skärmen i precis samma typ av mönster som tidigare setts för ljusvågor som fått passera genom ett gitter. I vissa punkter fås lokala maxima för antalet uppmätta elektroner medan det i punkter mellan dessa fås lokala minima. Ett sådant mönster kan inte förklaras enbart med de egenskaper som vi normalt associerar med partiklar. Till detta mönster måste knytas en ”våglängd” för elektronerna.

När man på samma sätt som för ljus räknade ut vilken våglängd denna ”elektronvåg” skulle motsvara för att få det observerade mönstret (enligt $n\cdot\lambda = a\cdot\sin\alpha_n$), fann man en bra överensstämmelse med experimentresultaten om **elektronernas våglängd** motsvarade kvoten mellan Plancks konstant h och elektronernas rörelsemängd p, d.v.s.

$$\boxed{\mathbf{p = h/\lambda}}$$

Elektronens rörelsemängd **p** och rörelseenergi $\mathbf{E_k}$ ges också från följande samband:

$$p = m\cdot v\ ,\ \ E_k = m\cdot v^2/2$$

Om man kombinerar dessa båda uttryck tillsammans med sambandet mellan elektronens rörelsemängd och våglängd kan man härleda ett samband mellan elektronens våglängd och rörelseenergi:

$$p = m \cdot v \Leftrightarrow p^2 = m^2 \cdot v^2 \Leftrightarrow p^2/2m = m \cdot v^2/2 \ (= E_k)$$

$$\boxed{E_k = p^2/(2 \cdot m) \Rightarrow E_k = h^2/(2 \cdot m \cdot \lambda^2)}$$

Senare experiment har gett samma resultat. Tydligen måste vi ibland tillskriva även partiklar vågegenskaper där våglängden ges enligt sambandet $p = h/\lambda$. Man kan också konstatera att dessa vågegenskaper endast går att observera för oss om partikeln är mycket liten och lätt då $m \cdot v = h/\lambda \Leftrightarrow \lambda = h/(m \cdot v)$ eftersom våglängden skulle bli oerhört kort för en partikel/ ett föremål som inte har väldigt liten massa. Hur ska man då förstå den s.k. ”partikelvågen”. Den brett accepterade tolkningen är att man i ett givet ögonblick inte kan veta exakt var en liten partikel befinner sig men att:

Kvadraten på ”partikelvågens” amplitud i en viss punkt vid en viss tidpunkt utgör sannolikheten att hitta partikeln i just den här punkten vid den tidpunkten.

När man sedan uppmäter elektronen i en viss punkt vid en viss tidpunkt realiseras ett av alla alternativ som fanns innan och sannolikheten för alla de andra alternativen faller till noll i samma tidpunkt.

Partikel i en endimensionell låda

Följande resonemang är helt teoretiskt och starkt förenklat och tjänar bara som tankeväckare inför kommande avsnitt.

Säg att det säkert finns en elektron (eller annan liten partikel) utefter x-axeln någonstans mellan $x = 0$ och $x = a$ i Fig. 7.2 på nästa sida men att elektronen inte kan befinna sig i $x \leq 0$ eller $x \geq a$ eftersom den där skulle ha oerhört hög potentiell energi. Sannolikheten att hitta elektronen utanför ”potentialgropen” mellan 0 och a måste alltså vara noll. I potentialgropen har elektronen ingen lägesenergi, d.v.s. $E_p = 0$.

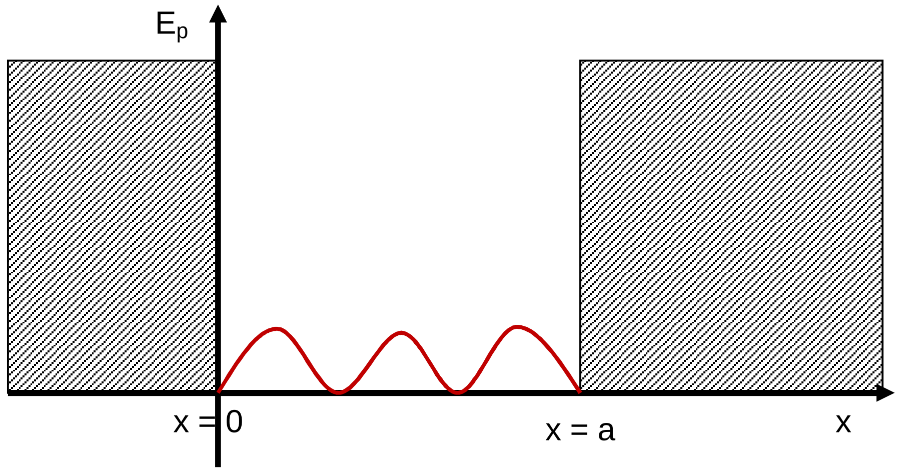


Fig. 7.2

Vi vet sedan tidigare att en våg matematiskt kan beskrivas som en sinus- eller cosinus-funktion enligt:

$$y = A \cdot \sin(kx - \omega t) \text{ där } k = 2\pi/\lambda \text{ och } \omega = 2\pi/T$$

och om man väljer att betrakta vågen i en viss tidpunkt t = 0

$$y = A \cdot \sin(kx) = A \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot x/\lambda)$$

Om nu sannolikheten att hitta elektronen ska vara noll i x = 0 och x = a, samt alla punkter mindre än 0 och större än x måste gälla att elektronvågen är noll i dessa punkter (kom ihåg att amplituden på den till partikeln knutna vågen måste vara noll för att sannolikheten ska vara noll att hitta den i en viss punkt):

i) $y(x = 0) = 0 \Leftrightarrow A \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 0/\lambda) = 0$ vilket alltid är uppfyllt då $\sin(0) = 0$

ii) $y(x = a) = 0 \Leftrightarrow A \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot a/\lambda) = 0$ vilket ger oss två fall:

a) A = 0 vilket är ointressant eftersom hela elektronvågen då skulle vara noll överallt, och vi har ju sagt att elektronen säkert existerar mellan x = 0 och x = a, d.v.s. sannolikheten att finna elektronen mellan dessa x-värden måste summera till 1.

b) $\sin(2 \cdot \pi \cdot a/\lambda) = 0 \Rightarrow 2 \cdot \pi \cdot a/\lambda = n \cdot \pi$ där n är ett heltal, n = 1, 2, 3, … ty vi vet att sinus-funktionen blir 0 för $n \cdot \pi$

För våglängden får vi då: $2 \cdot a/\lambda = n \Leftrightarrow \lambda = 2 \cdot a/n$

För elektronvågens våglängd måste alltså gälla att $\lambda = 2\cdot a/n$, n = heltal (1, 2, 3, … etc.) för att elektronvågen ska gå till noll (och därmed också sannolikheten att påträffa elektronen där) i x = 0 och x = a.

Tidigare har kunnat konstateras att elektronens rörelseenergi kan tecknas som:

$$E_k = h^2/(2\cdot m\cdot\lambda^2)$$

Sätter man in villkoret för våglängden från ovan – $\lambda = 2\cdot a/n$, n = heltal – fås:

$$E_k = h^2/(2\cdot m\cdot(2\cdot a/n)^2) \Leftrightarrow E_k = h^2\cdot n^2/(8\cdot m\cdot a^2)\text{, där n = heltal (n = 1, 2, 3, …etc.)}$$

Eftersom den potentiella energin för elektronen mellan x = 0 och x = a är noll kommer $E = h^2\cdot n^2/(8\cdot m\cdot a^2)$ att utgöra elektronens hela energi. Att n ska vara ett heltal får därför konsekvenser för de möjliga energier som elektronen kan ha. Plancks konstant h, elektronens massa m och avståndet a är alla konstanter och $h^2/(8\cdot m\cdot a^2)$ skulle kunna ersättas med en ny konstant K, så att elektronens möjliga energier E ges av $E_n = K\cdot n^2$, n heltal. Om n = 1 fås alltså $E_1 = K$, om n = 2 => $E_2 = 4K$, n = 3 => $E_3 = 9K$, etc. Elektronen kan alltså inte ha en energi på t.ex. 5K eller 8K. Dessa (och alla andra som inte ges av $E_n = K\cdot n^2$, n heltal) energier är inte tillåtna för en elektron som är instängd mellan x = 0 och x = a. Även elektronens energi är alltså kvantiserad. Man brukar referera till tankeexperimentet som partikel i en endimensionell låda.

För en mycket liten partikel som är instängd i ett mycket litet område gäller att dess energi är kvantiserad

Väteatomen

Väteatomen är den enklaste av alla atomer och består bara av en enda positivt laddad partikel i kärnan, en proton, och en negativt laddad partikel runt kärnan, en elektron. Elektronen känner av attraktionskraften från den positivt laddade kärnan, d.v.s. energin för atomen som helhet kommer att vara lägre ju närmare elektronen är kärnan (ner till en viss gräns där andra krafter tar över), eftersom det behövs en viss kraft för att avlägsna elektronen från kärnan. Situationen för en enda atom (en atom som inte är bunden till andra) kan åskådliggöras som i Fig. 7.3 nedan där energin varierar med avståndet mellan elektronen och kärnan. Om elektronen skulle befinna sig på lite längre avstånd från kärnan skulle energin vara förhållandevis mycket hög. I praktiken kommer det att innebära att elektronen är "instängd" inom ett mycket litet område runt kärnan.

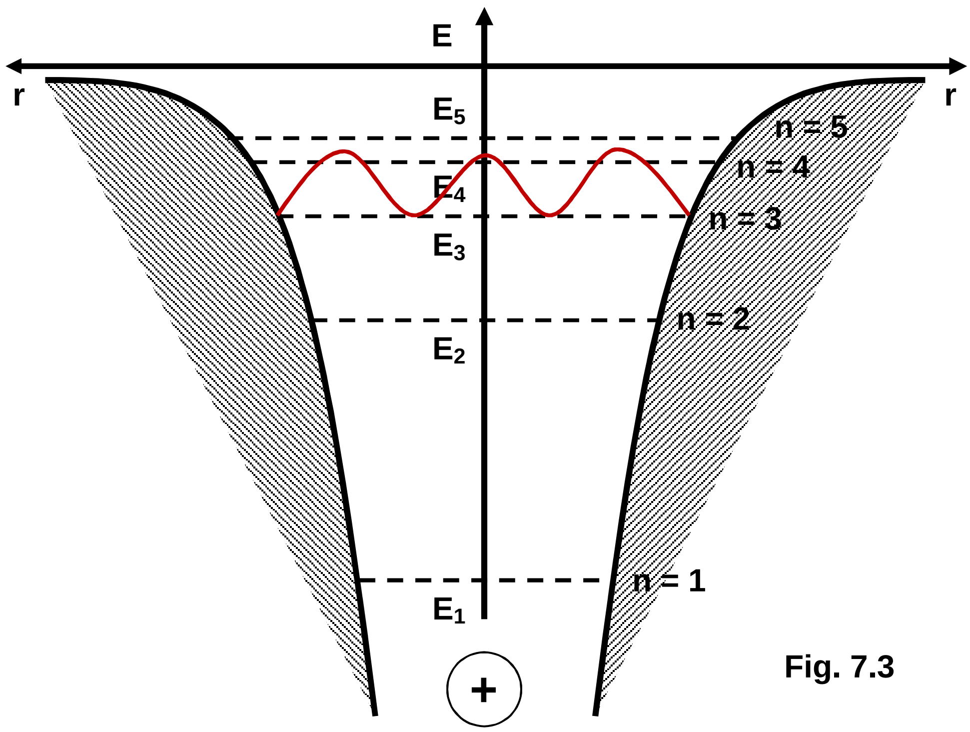


Fig. 7.3

På samma sätt som för partikeln (elektronen) i den endimensionella lådan fås att denna instängning medför en kvantisering av energin (en fri elektron, som inte är bunden till kärnan, kan i princip ha vilken energi som helst). Ofta pratar man om att elektronen bara kan befinna sig på vissa energinivåer n (n = 1, 2, 3, … precis som tidigare) med tillhörande energier E_n (eg. atomen kan befinna sig i olika energitillstånd), se Fig. 7.3 ovan. Eftersom "potentialgropen" inte ser likadan ut som i fallet med den endimensionella lådan och det i det här fallet dessutom är sfärisk symmetri får man inte samma energinivåer som i lådan. Beräkningar av väteatomens energinivåer ger istället resultatet:

$$\boxed{\mathbf{E_n = - E_R / n^2, \ \ n \ heltal}}$$

E_R kallas för Rydbergsenergin och har ett värde på 13,6 eV (elektronvolt). Enheten elektronvolt används när man pratar om väldigt små energier. 1 eV motsvarar $1{,}602{\cdot}10^{-19}$ J, d.v.s. 13,6 eV motsvarar $13{,}6 \cdot 1{,}602{\cdot}10^{-19}$ J. Heltalet **n** kallas för **huvudkvanttalet**.

Energin för en fri elektron (en elektron som befinner sig oändligt långt bort från en kärna) i vila har man valt att sätta till noll (energin för en fri elektron i vila har definierats som referenspunkt med värdet noll för att förenkla jämförelser mellan t.ex. atomer). För en elektron som är bunden till en kärna i en atom kommer energin alltså alltid att vara negativ, som man också kan se från sambandet $E_n = - E_R / n^2$. Med detta samband kan man alltså räkna ut alla energinivåer i väteatomen. Observera att det finns oändligt många energinivåer då n kan anta oändligt många värden ($n \rightarrow \infty$), även om vilka energier som helst inte är tillåtna.

Atomens energinivåer åskådliggörs ofta också som i Fig. 7.4(a) på nästa sida, där situationen beskrivs som att elektronen kan befinna sig i olika ”skal” på olika avstånd från kärnan, de olika skalen motsvarande olika energinivåer n i atomen. Beskrivningen är delvis korrekt eftersom en elektron som befinner sig på en högre energinivå (högre n) i genomsnitt kommer att finnas lite längre ut från kärnan. Men det är bara elektronens (atomens) energi som har vissa bestämda nivåer. Elektronen kan i praktiken befinna sig nästan var som helst runt kärnan, det är bara större sannolikhet att hitta den längre ut från kärnan om n är högre (se Fig. 7.4 (b)). Dessa ”skal” motsvarar också de skal som i kemin brukar betecknas K, L, M, … K om n = 1, L om n = 2, M om n = 3, etc.

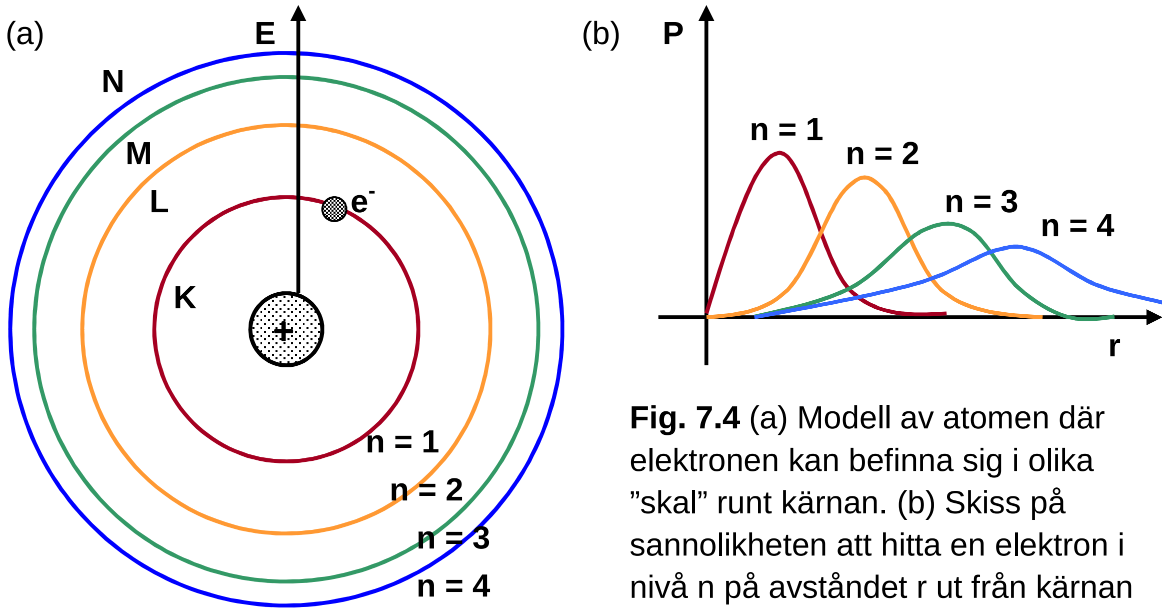


Fig. 7.4 (a) Modell av atomen där elektronen kan befinna sig i olika ”skal” runt kärnan. (b) Skiss på sannolikheten att hitta en elektron i nivå n på avståndet r ut från kärnan

I Fig. 7.4 (a) befinner sig elektronen i nivå 1 (n = 1). Om elektronen befinner sig på den lägsta energinivån säger man att väteatomen är i sitt **grundtillstånd**. Om däremot elektronen finns i någon av de andra energinivåerna (n > 1) så säger man att väteatomen är **exciterad** eller i ett **exciterat tillstånd** (se också Fig. 7.5). En atom kan exciteras på några olika sätt (d.v.s. elektronövergångar från lägsta till någon av de högre energinivåerna kan ske på några olika sätt):

Excitation kan ske genom:

i) **Partikelbombardemang:** Atomerna bestrålas med små (energirika) partiklar som t.ex. elektroner. Om partiklarnas energi är tillräckligt hög kan vid kollision med atomen partikeln lämna ifrån sig exakt så mycket energi som behövs för att en elektron i atomen ska övergå till en högre energinivå (atomen exciteras till denna energinivå). Resten av partikelns energi finns i praktiken kvar som rörelseenergi hos partikeln.

ii) **Värmerörelse:** Om en gas bestående av fria atomer värms till höga temperaturer så att värmerörelsen blir mycket hög kan så mycket energi överföras vid kollisioner mellan atomerna att de kan exciteras.

iii) **Ljusabsorption:** Om en foton med en energi som perfekt motsvarar skillnaden mellan energin i nivå 1 och energin i en annan energinivå kolliderar med en elektron som befinner sig i nivå 1 (se (x) i Fig. 7.5) kan elektronen övergå till denna energinivå. **Observera att fotonens energi måste vara EXAKT LIKA med skillnaden i energi mellan energinivåerna för att en excitation ska kunna ske.**

$$\boxed{E_{foton} = h \cdot f = E_n - E_1 = \Delta E}$$

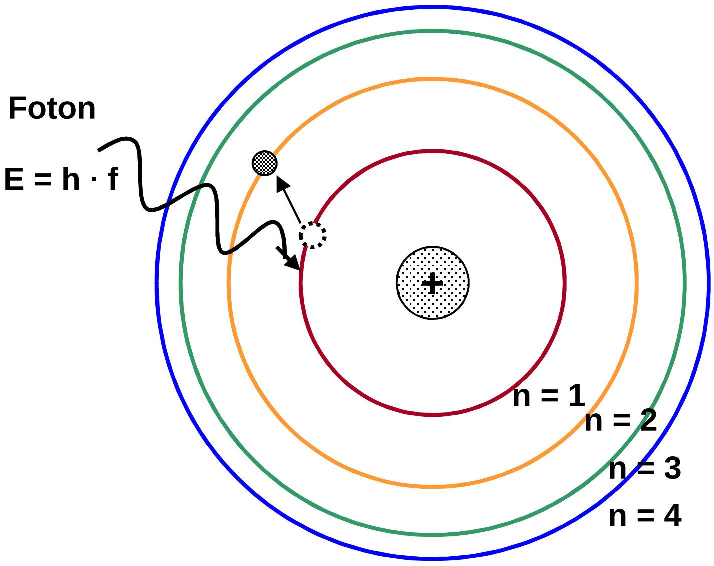
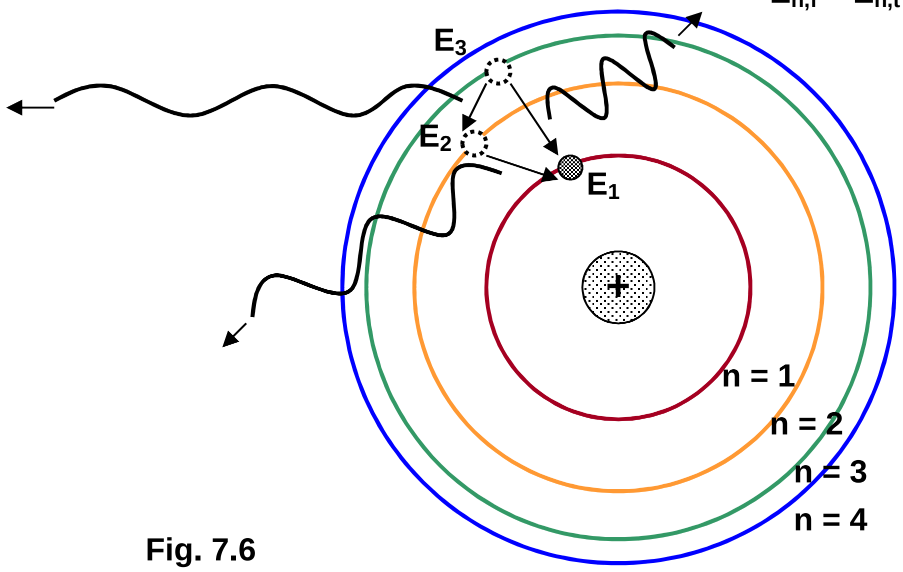


Fig. 7.5 Excitering av en väteatom där elektronen lyfts från energinivå 1 till energinivå 2 via absorption av en foton.

Om ännu mer energi överförs så att elektronen får så mycket energi att den helt kan lämna atomen (övervinna kraften från den positiva kärnan) säger man att atomen **joniserats**. Den minsta mängd energi som behöver överföras för att få **jonisering** av atomen kallas **joniseringsenergin** och för väte är denna 13,6 eV (skillnaden mellan vakuumnivån, d.v.s. energin för en fri elektron i vila, och energinivå 1). Om joniseringen sker genom absorption av ljus behöver nu inte fotonens energi perfekt motsvara joniseringsenergin utan kan vara godtyckligt större. Den energi som inte gått åt för att frigöra elektronen blir till rörelseenergi hos den fria elektronen.

Den tid en atom befinner sig i ett exciterat tillstånd är dock mycket kort, av storleksordningen 10^{-7} sekunder. Därefter kommer den att **deexciteras**, vilket kan ske genom att den direkt eller stegvis återgår till grundtillståndet, d.v.s. en elektron som befinner sig i energinivå 3 i väteatomen kan antingen direkt återgå till nivå 1 eller först gå till nivå 2 och sedan 1 (se Figur 7.6). För att elektronen ska nå lägre energinivåer måste atomen göra sig av med energi och det sker vanligen genom att en foton (ljus) sänds ut. På samma sätt som vid excitation med ljus gäller då att den utsända fotonens energi är lika med skillnaden i energi mellan nivåerna den övergår från och till. Enligt sambandet mellan energi och frekvens betyder detta också att våglängden på det ljus som sänds ut då atomen deexciteras är väldigt välbestämt. Genom sambanden $E = h \cdot f$ och $c = f \cdot \lambda$ fås också att ju större skillnaden är i energi mellan den nivå elektronen övergår från och den nivå den övergår till desto kortare är våglängden på det utsända ljuset ($E = h \cdot c/\lambda$).

$$E_{n,f} - E_{n,t} = E_{foton} = h \cdot f = h \cdot c/\lambda$$



$E_{n,f}$ = energin för den energinivå elektronen övergår från

$E_{n,t}$ = energin för den energinivå elektronen övergår till

Fig. 7.6

Extra uppgifter för den som vill öva

7.1 En elektron accelereras över en spänning på 150 V. Hur stor blir elektronens kinetiska energi om

i) den är i vila från början?

ii) den har 35 eV i kinetisk energi från början?

iii) Den rör sig med hastigheten $4{,}5 \cdot 10^6$ m/s från början?

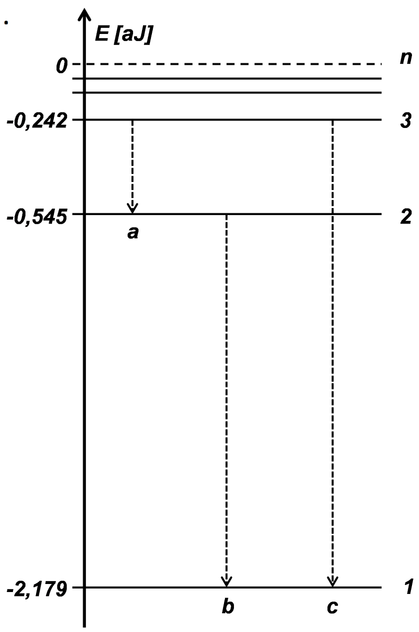
7.2

i) Vilken våglängd har en neutron som har hastigheten $3{,}75 \cdot 10^3$ m/s?

ii) Hur stor hastighet har en elektron när våglängden är 5,0 nm?

iii) Vilken våglängd har en proton som accelererats från vila av en spänning på 100 kV?

7.3 Figuren visar tre energitillstånd hos en väteatom.



i) Från vilka tillstånd kan atomen sända ut en foton?

ii) Hur stor energi får den foton som sänds ut vid vart och ett av de tre energisprången i figuren?

iii) Vilken frekvens får motsvarande strålning?

7.4

i) Hur stor energi måste tillföras en väteatom i grundtillståndet för att den ska joniseras?

ii) Hur hög hastighet måste en fri elektron ha för att den ska ha tillräckligt stor kinetisk energi för att kunna jonisera en väteatom som är i grundtillståndet?

7.5 I ett stängt glasrör finns det vätgas där alla väteatomerna är i grundtillståndet. När elektroner skickas genom gasen fås den att lysa. Studerar man ljuset genom ett optiskt gitter, ser man att gasen utsänder alla de fyra synliga spektralfärgerna i vätespektrumet.

i) Hur kan man vara säker på att elektronerna exciterat väteatomer minst till energinivån E_6 (n = 6)?

ii) Hur stor kinetisk energi måste en elektron ha för att excitera en väteatom från grundtillståndet till energitillståndet E_6 (n = 6)? Hur stor hastighet har en sådan elektron?

iii) Istället för att skicka ut elektroner kan man skicka vitt ljus med alla frekvenser från 425 THz ($4{,}25 \cdot 10^{14}$ Hz) till 750 THz ($7{,}50 \cdot 10^{14}$ Hz) genom vätgasen. Alla atomer i vätgasen befinner sig i grundtillståndet. Kan man få gasen att lysa på detta sätt?

7.6 Jämför våglängden hos en foton och en elektron när fotonen och elektronen har samma rörelsemängd.

7.7 En elektron har våglängden 0,100 nm (1 Å = $1 \cdot 10^{-10}$ m).

i) Beräkna elektronens kinetiska energi.

ii) Elektronen accelererades från vila av en spänning U. Beräkna U.

iii) Hur måste U justeras för att elektronen ska få en större våglängd?

7.8 Balmerserien i strålningen från väte bildas från energisprång (deexcitationer) ner till energinivån E_2 ($n = 2$).

i) Beräkna den högsta och den lägsta frekvensen i Balmerserien.

ii) Beräkna den lägsta frekvensen i Lymanserien som uppkommer vid energisprång ner till E_1 ($n = 1$).

iii) Synligt ljus har frekvenser från 375 THz till 750 THz. Förklara varför energisprång ner till E_1 inte kan ge synligt ljus.

7.9 Det ljus som motsvarar energiövergången 2 i figuren nedan är gult. Vilken/vilka färger är det över huvud taget möjligt att ljus som motsvarar övergång 3 kan ha?

A) Violett, B) Blått, C) Grönt, D) Orange, E) Rött