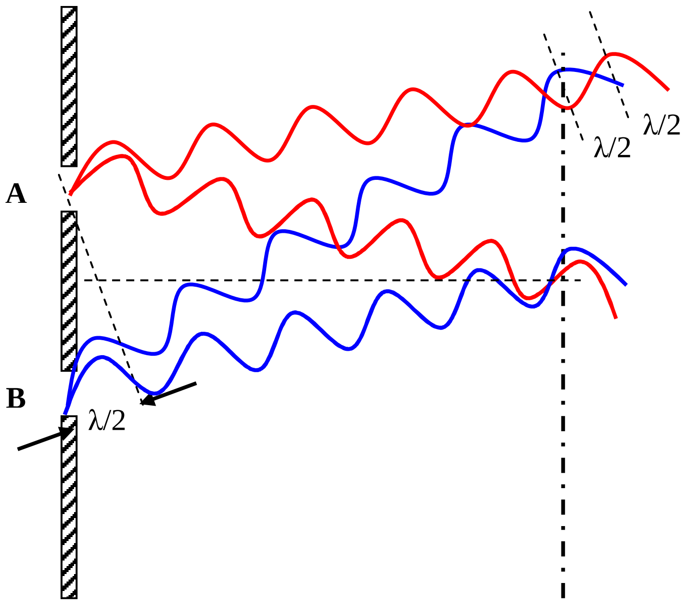
5. Elektromagnetiska vågor - interferens

Interferens i dubbelspalt



*Dal för ena vågen möter topp för den andra och vice versa => **mörkt** (amplitud = 0).*

*Dal möter dal och topp möter topp => **ljust** (stor amplitud).*

Fig. 5.1

För ljusvågor som passerar igenom två små öppningar (öppningarna kallas spalter, därifrån begreppet dubbelspalt) på ett litet avstånd från varandra gäller samma sak som för mekaniska vågor. Från öppningarna kan vågorna sprida sig utåt i alla olika riktningar och i alla punkter där vågorna sedan möts och överlappar ska vi enligt **superpositionsprincipen** lägga ihop de enskilda vågornas värden för att få den resulterande vågens värde i de punkterna i det ögonblicket.

Om man belyser öppningarna med ljus av EN våglängd och tittar på en vägg bakom öppningarna, se Fig. 5.1, (som är parallell med väggen som öppningarna finns i) så ser man att det i mitten (mitt emellan öppningarna) finns en ljus prick (eller linje), medan det lite vid sidan om är mörkt och sedan ytterligare längre ut från mitten (åt båda sidor) finns ett ljusare område igen, sedan mörkt och därefter lite ljusare igen, etc. Ett **interferensmönster** har uppstått.

Till punkten i mitten har de båda ljusvågorna lika långt att gå. Då de båda vågorna vid öppningarna är i fas (har topp samtidigt och dal samtidigt) och de rör sig framåt lika snabbt kommer de också att nå mittpunkten samtidigt, d.v.s. ha topp samtidigt och dal samtidigt i mittpunkten. Eftersom topp från den ena vågen alltid kommer att möta en vågtopp från den andra samt en vågdal från ena vågen alltid kommer att möta en vågdal från den andra, kommer den resulterande vågen att få en stor amplitud i mittpunkten, då man lägger ihop de enskilda vågornas värden. Och eftersom ljusstyrkan i en viss punkt är proportionell mot amplituden i kvadrat, kommer det att bli en ljus punkt i mitten.

Om man tittar i den mörka punkten lite vid sidan om mitten så har de vågor som möts där färdats lite olika lång sträcka från öppningarna. Eftersom vågorna lämnar öppningarna samtidigt och utbreder sig med samma hastighet kommer den ena vågen att komma lite före den andra till denna punkt. Om den första vågens första topp hinner passera punkten med en halv våglängd innan den andra kommer fram, så ser vi att en vågdal från den första vågen nu kommer att möta en vågtopp från den andra (och vice versa), d.v.s. de båda vågorna kommer att släcka ut varandra i punkten och det blir mörkt (amplituden = 0).

Ytterligare lite längre vid sidan av mitten fås så ett ljust område igen. Då har den andra vågen ännu lite längre sträcka att förflytta sig jämfört med den första innan den når fram till punkten. Den första vågens vågtopp kommer därför att ha hunnit passera punkten en hel våglängds sträcka innan den andra vågen kommer fram (se också utdelat material om mekaniska vågor). I det ögonblicket har den första vågens andra vågtopp hunnit fram till punkten och kommer att möta den första vågtoppen från den andra vågen. Vågtoppar och vågdalar kommer nu att mötas igen, d.v.s. amplituden för den resulterande vågen blir stor och ett ljust område fås.

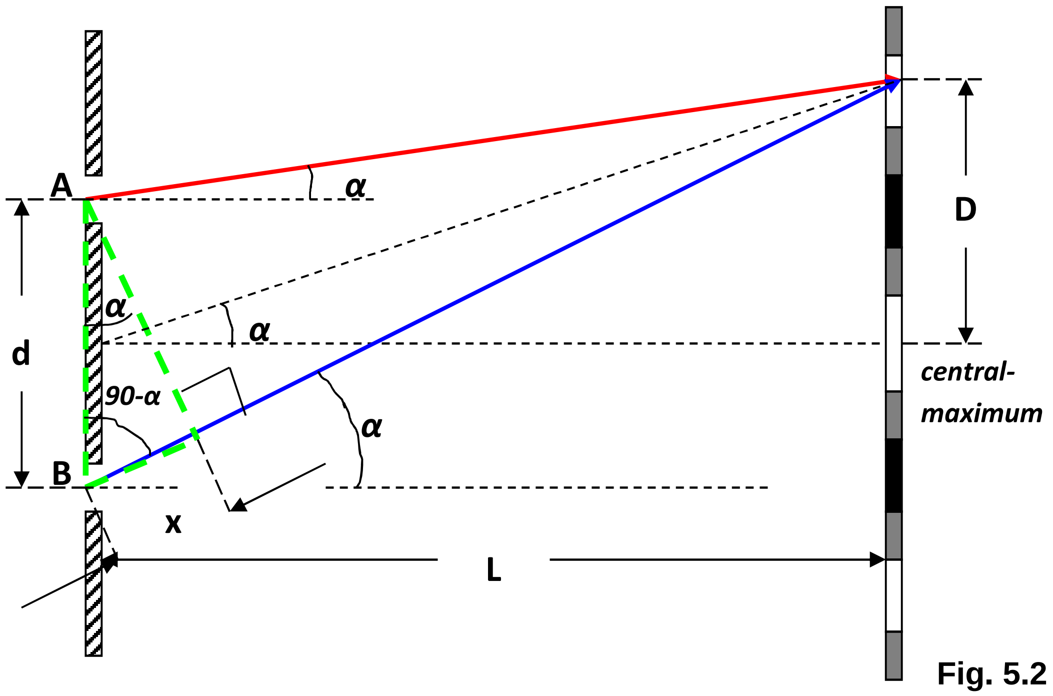


Fig. 5.2

I Fig. 5.2 på föregående sida gäller att sträckan **L** är mycket längre än sträckorna **d** och **D**. **x** är också väldigt kort. Det betyder att det är väldigt liten skillnad i lutning på ”ljusvågen” som kommer från A jämfört med den som kommer från B och att alla vinklar α i figuren i praktiken har samma värde. Det gör att vi kan räkna på interferensmönstret på följande sätt:

Vi vet att vågen från B kommer fram en hel våglängd senare till den första ljusa punkten vid sidan om centralmaximum jämfört med vågen från A. Det måste innebära att den extra sträcka – **x** *i figuren – som vågen från B måste gå jämfört med A för att komma fram till punkten, motsvarar EN hel våglängd:*

$$\mathbf{x} = \boldsymbol{\lambda}$$

Sträckan x kan också uttryckas med hjälp av den grovstreckade triangeln i figuren:

$$\sin\alpha = x/d \Leftrightarrow x = d\cdot\sin\alpha$$

För nästa ljusa punkt (2:a från centralmaximum) gäller att sträckan **x** *är TVÅ hela våglängder (vågen från B har ju nu fått färdas ännu längre sträcka för att nå fram till den ljusa punkten, jämfört med den från A, men de ska fortfarande mötas med sina topp och dalvärden samtidigt). Allmänt gäller att sträckan* **x** *är* ***n*** *hela våglängder för ljus punkt nummer* ***n****, räknat från centralmaximum och utåt, där* ***n*** *= 0 (central-maximum), 1, 2, 3, etc. Vi kan alltså ersätta ovanstående med:*

$$x = n\cdot\lambda \text{ och } x = d\cdot\sin\alpha_n \Leftrightarrow d\cdot\sin\alpha_n = n\cdot\lambda$$

Vinkeln α_n *kan fås fram ur sambandet:*

$$\tan\alpha_n = D/L \Leftrightarrow \alpha_n = \arctan(D/L)$$

D.v.s. om man vet **d***,* **D***, och* **L** *kan man ta fram vinkeln till t.ex. första ljusa punkten och räkna ut våglängden för ljuset.*

Gitter

Om man istället för två små öppningar (spalter) har MÅNGA öppningar på lika avstånd **d** från varandra, se Fig. 5.3 på nästa sida, hur kommer situationen att bli då? Om **d**, **D**, och **x** fortfarande är väldigt korta sträckor jämfört med **L** så att alla vinklar α i figuren i praktiken har samma värde, så gäller fortfarande sambanden från föregående sida:

$$d\cdot\sin\alpha_n = n\cdot\lambda, \qquad \tan\alpha_n = D/L \Leftrightarrow \alpha_n = \arctan(D/L)$$

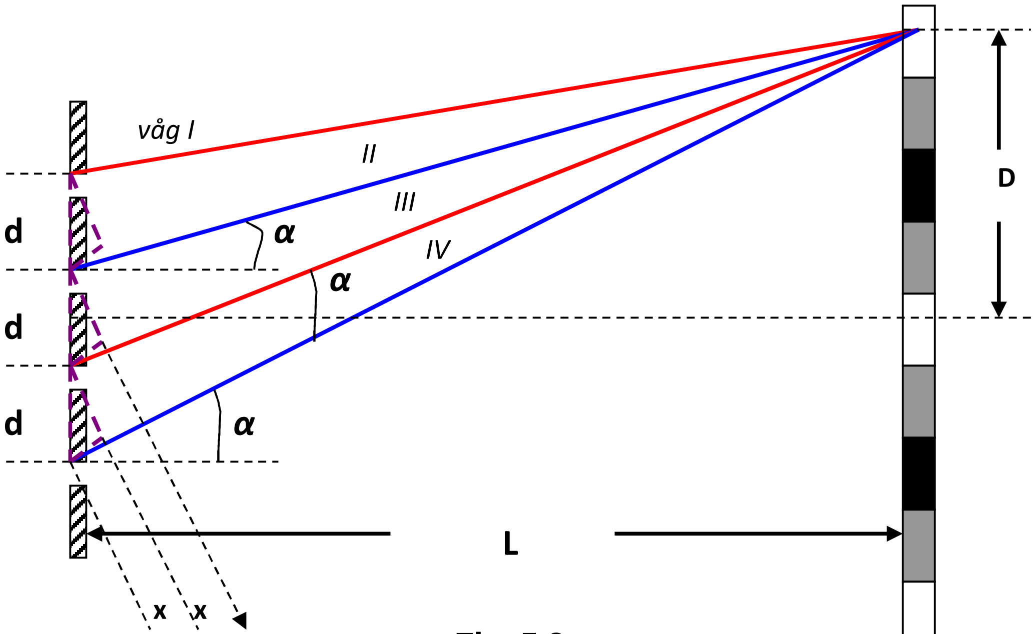


Fig. 5.3

Vi ser ju att våg II har en längre sträcka att förflytta sig än våg I och därför måste komma lite senare fram till den ljusa punkten än våg I. Samma sak gäller för våg III jämfört med våg II och våg IV jämfört med våg III.

Villkoret för att en ljus punkt ska fås är att vågorna kommer dit med topp samtidigt och dal samtidigt (d.v.s. att vågorna är i fas). För att det ska kunna hända måste den våg som kommer fram lite senare komma fram ett helt antal våglängder senare, se figur 5.4 nedan, d.v.s. sträckorna **x** *i figuren ovan måste vara ett helt antal våglängder långa.*

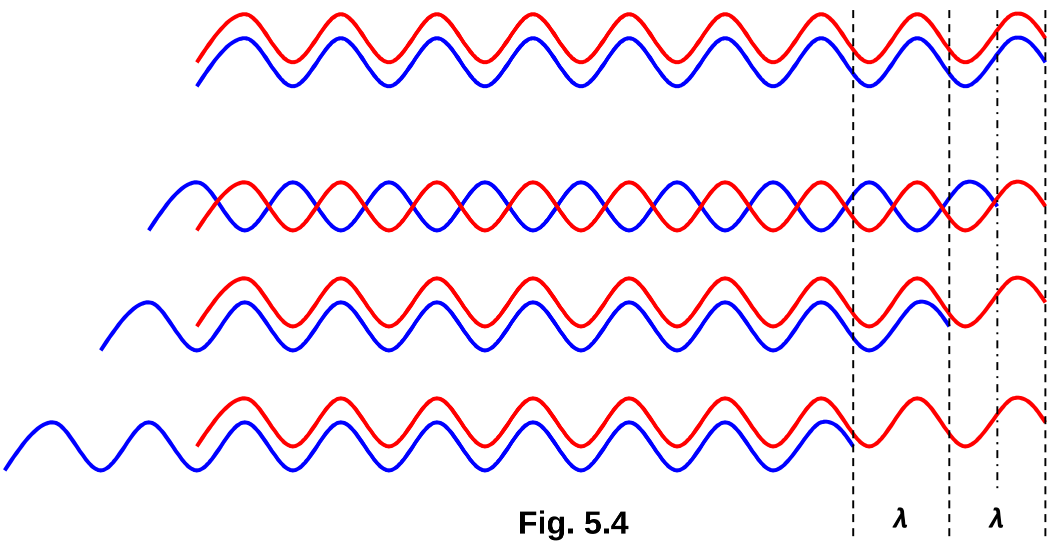


Fig. 5.4

$$\mathbf{x} = n \cdot \lambda \text{ och } \mathbf{x} = \mathbf{d} \cdot \sin\alpha_n \Leftrightarrow \mathbf{d} \cdot \sin\alpha_n = n \cdot \lambda$$

$$\boxed{d \cdot \sin\alpha_n = n \cdot \lambda}$$

Ekvationen i rutan brukar också kallas för **Gitterformeln**.

Om man undersöker gitterformeln så kan man också konstatera följande:

i) Om **avståndet mellan spalterna** (öppningarna) i gittret **minskas** medan de övriga parametrarna, i huvudsak våglängden, hålls konstant, måste det innebära att **vinklarna α_n ökar**, d.v.s. att **avståndet mellan de ljusa punkterna ökar**

ii) Ljus av olika våglängd som skickas in mot samma gitter kommer att ha sina n:e ordningens maximum i olika riktningar. Olika λ ger olika α_n. Det innebär att de **ljusa punkterna för rött ljus inte** kommer att **sammanfalla med de ljusa punkterna för blått ljus** utom i central-maximum, se figur 5.5 nedan.

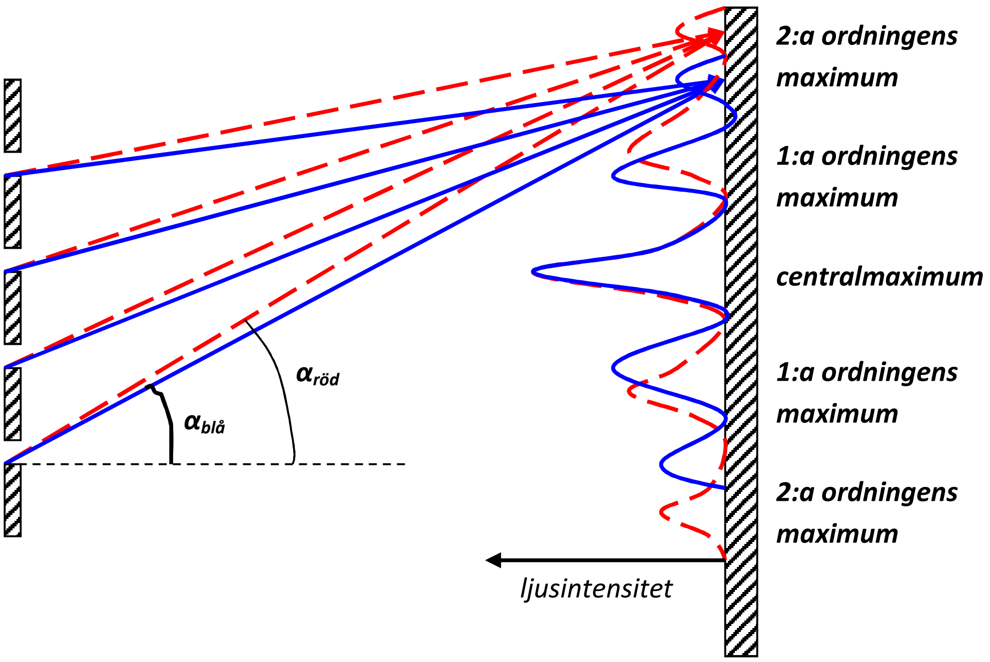


Fig. 5.5

Interferens i tunna skikt

Om ljus av en viss våglängd infaller mot en skiva av ett plant, jämntjockt och genomskinligt material (t.ex. en glasskiva) som ligger mot en metallskiva så att det bildas ett tunt kilformat luftskikt mellan skivorna (se Fig. 5.6 nedan) kan man se ett interferensmönster när man tittar ner mot glasskivan, som består av omväxlande ljusa och mörka linjer.

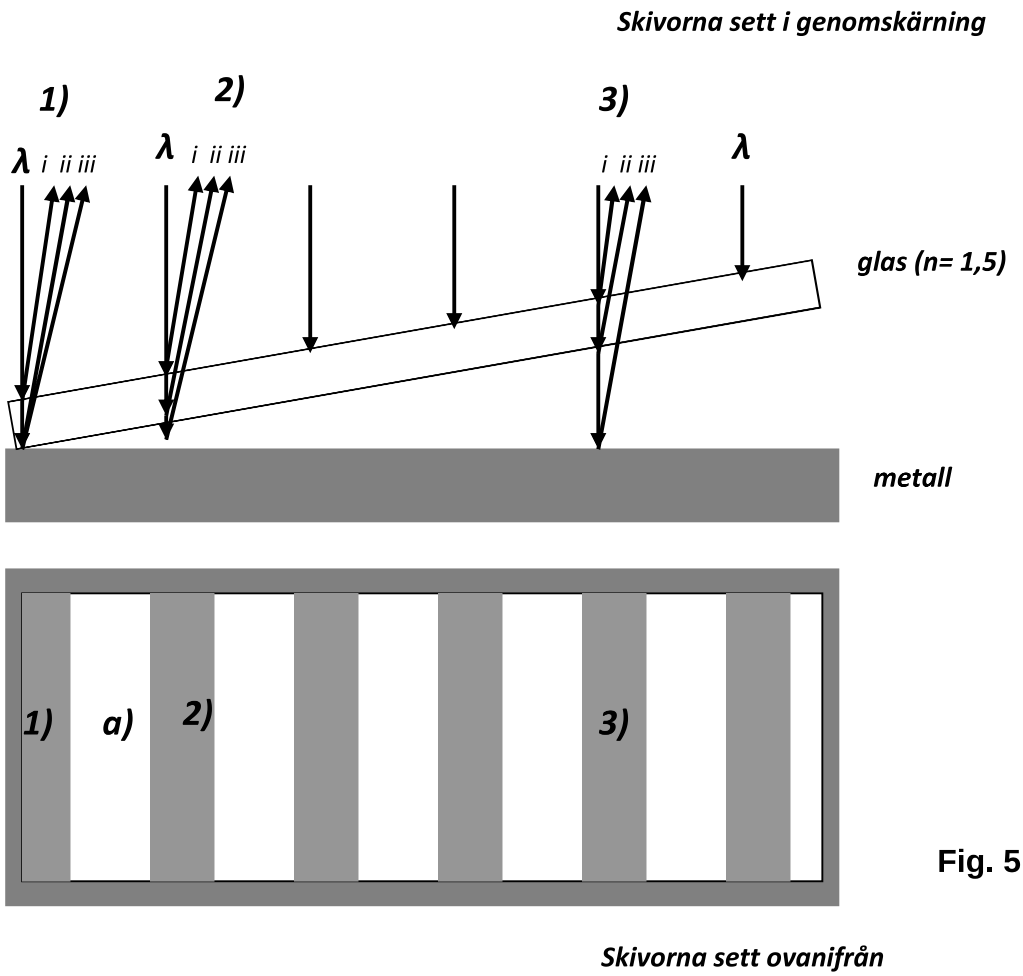


Fig. 5.6

De ljusvågor som man ser när man tittar på skivorna ovanifrån är de vågor som reflekterats i skivorna och är på väg uppåt; *i*, *ii* och *iii* i figurens översta del (eller snarare den resulterande våg som fås från dessa vågor). Om vi börjar med att titta på vad som händer med vågorna som kommer från punkten ***1)*** på skivorna, se Fig. 5.7 nedan:

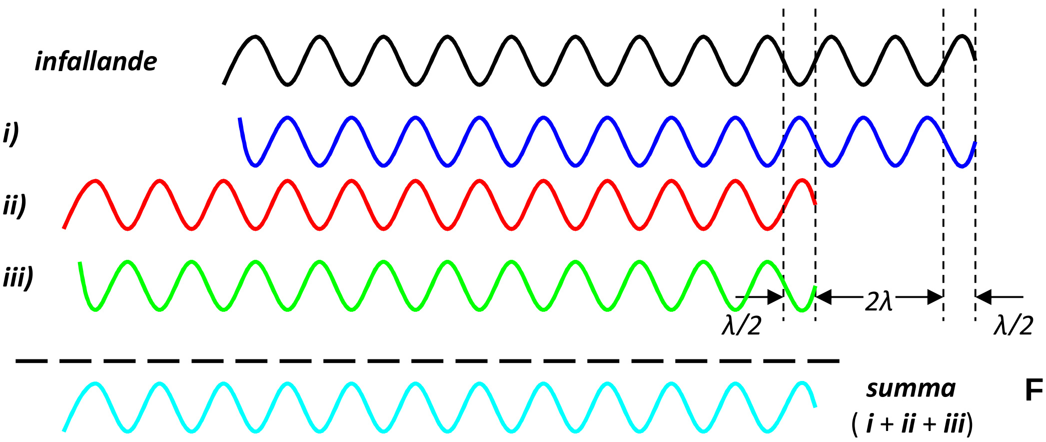


Fig. 5.7

Eftersom den reflekterade vågen ***i*** reflekteras från ett optiskt tunnare material (luft) mot ett optiskt tätare (glas) kommer den reflekterade vågen ***i*** att vara omvänd jämfört med den infallande – om man så vill kan man se det som att den blivit förskjuten en halv våglängd jämfört med den infallande (se Fig. 5.7 på föreg. sida). Den reflekterade vågen ***ii*** har reflekterats från optiskt tätare (glas) mot ett optiskt tunnare material (det ytterst lilla luftskikt som finns mellan glas- och metallskivan vid vänsterkanten), d.v.s. rättvänt – eller med andra ord; ingen förskjutning. Däremot har våg ***ii*** färdats en viss extra sträcka inuti glasskivan, varför våg ***i*** hunnit förflytta sig en viss sträcka uppåt innan våg ***ii*** kommer ut ur glasskivan och börjar överlappa med våg ***i***. Vi vet inte hur tjock glasskivan är, så vi vet inte hur långt våg ***i*** hinner innan våg ***ii*** kommer ut ur glasskivan, men låt oss anta att våg ***i*** hinner förflytta sig två och en halv våglängder uppåt innan våg ***ii*** kommer ut (egentligen har det ingen större betydelse). Då kommer topp för våg ***ii*** att överlappa med topp för våg ***i*** och dal för våg ***ii*** att överlappa med dal för våg ***i*** varvid våg ***i*** och ***ii*** summerar till en våg med dubbla amplituden. Våg ***iii*** har reflekterats från ett optiskt tunnare mot ett optiskt tätare material och kommer därför att vara omvänd jämfört med våg ***ii*** (som reflekterades från tätare mot tunnare). Däremot kan man se det som att våg ***ii*** och ***iii*** rent fysiskt reflekterats i samma punkt eftersom luftskiktet är så oändligt tunt precis vid vänsterkanten på glasskivan (mycket mindre än ljusets våglängd), d.v.s. våg ***iii*** har inte gått någon extra väg jämfört med våg ***ii***. När våg ***i***, ***ii*** och ***iii*** summeras får vi den resulterande vågen som i Fig. 5.7.

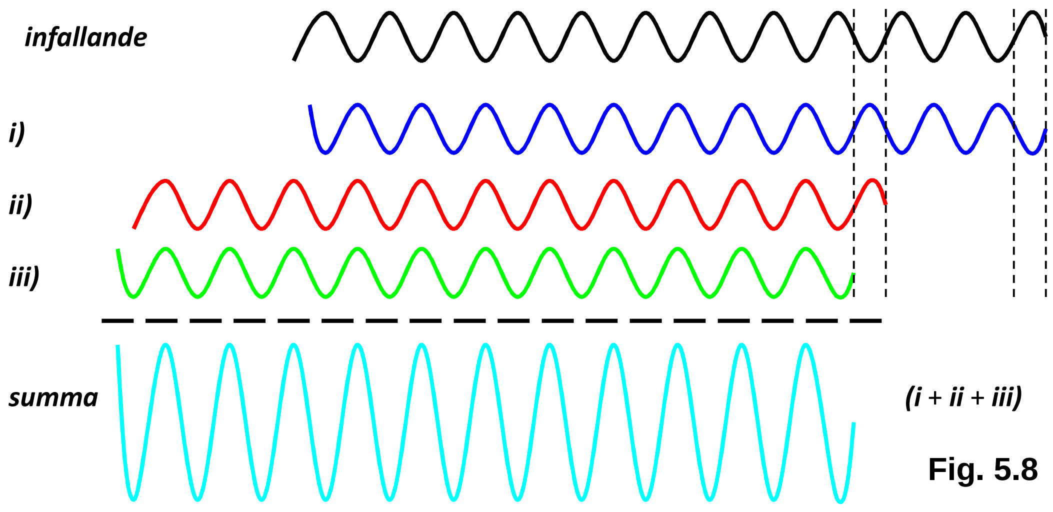


Fig. 5.8

Om vi nu flyttar oss inåt på glasskivan till punkten ***a)*** så ser vi att inget egentligen har hänt med den reflekterade vågen ***i*** i jämförelse med den infallande (fortfarande reflexion mot tätare material) och inte heller med våg ***ii*** (reflexion mot tunnare samt lika lång extra väg att gå jämfört med våg ***i*** eftersom tjockleken på glasskivan inte ändrats). Däremot ser vi att våg ***iii*** nu inte längre kan anses reflekteras i samma punkt som våg ***ii***, utan våg ***iii*** behöver färdas en viss extra sträcka genom luftskiktet jämfört med våg ***ii***. Våg ***iii*** kommer därför att komma ut ur glasskivan (på väg uppåt) lite senare än våg ***ii***. Punkten ***a)*** befinner sig mitt i ett ljust område, d.v.s. vi vet att ljusets intensitet, och därmed den resulterande vågens amplitud, måste vara så stor som möjligt just där. Om vi förskjuter våg ***iii*** en halv våglängd jämfört med våg ***ii*** ser vi (se Fig. 5.8 på föreg. sida) att vågtopparna för våg ***iii*** kommer att överlappa med vågtopparna för våg ***i*** och ***ii*** och motsvarande för vågdalarna, d.v.s. summera till en våg med maximal amplitud. I punkten ***a)*** bör alltså våg ***iii*** ha fått färdas en extra sträcka genom luftskiktet som motsvarar en halv våglängd. **Observera** att den extra sträckan motsvaras av summan av vågens väg ner genom luftskiktet (innan reflexionen mot metallskivan) och dess väg upp genom luftskiktet (efter reflexionen), d.v.s. **tjockleken på luftskiktet** i punkten ***a)*** motsvaras av en fjärdedels våglängd – ***λ/4!*** (hälften av den extra sträckan, hälften av en halv våglängd).

I punkten ***2)*** ser vi återigen att den resulterande vågens intensitet är lägre (mörkare område). Vi ser också att luftskiktets tjocklek har ökat ytterligare lite grand jämfört med i punkten ***a)***, d.v.s. våg ***iii*** måste komma ut ännu lite senare jämfört med våg ***i*** och ***ii***. Om våg ***iii*** kommer ut ytterligare en halv våglängd senare, jämfört med i punkten ***a)***, kommer summan av vågorna ***i***, ***ii*** och ***iii*** (d.v.s. den resulterande vågens amplitud) att vara så liten den kan bli och precis som man kan se i Fig. 5.9 blir det då lite mörkare i punkten ***2)***. I denna punkt går alltså våg ***iii*** en hel våglängds längre sträcka jämfört med i punkten ***1)***, d.v.s. **luftskiktets tjocklek i *2)* är en halv våglängd - *λ/2!***

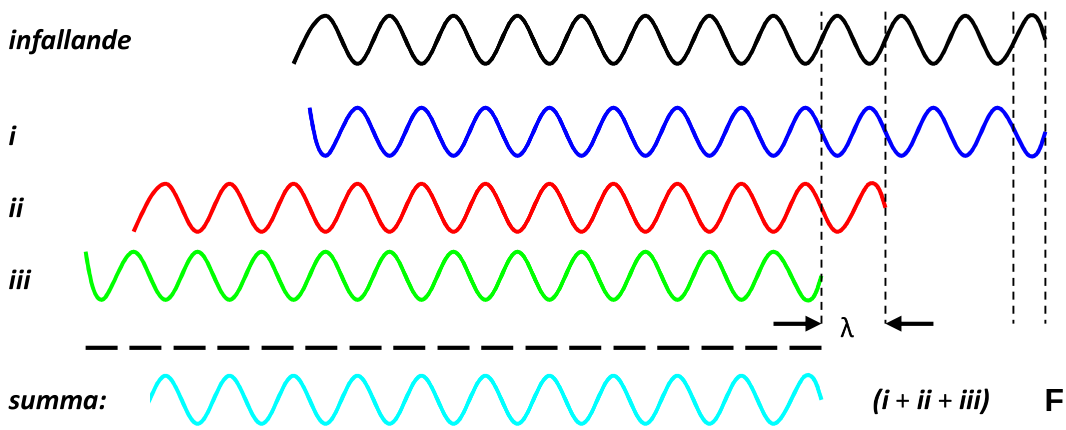
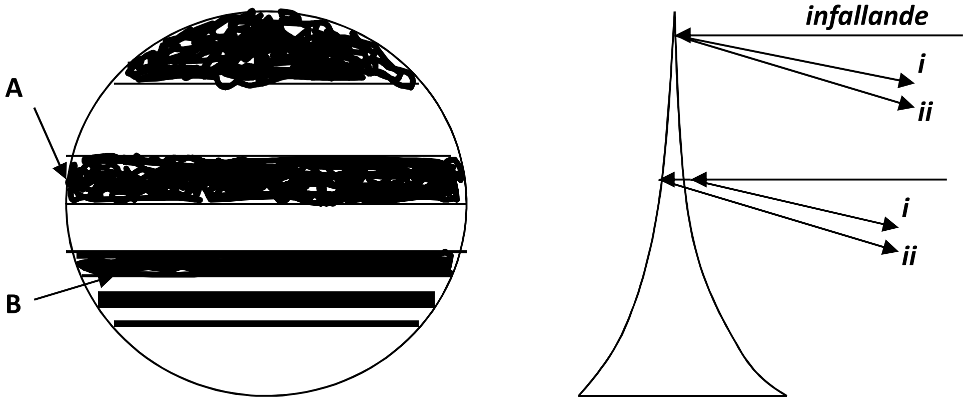


Fig. 5.9

Generellt gäller för interferens i tunna skikt att det ALLTID blir ytterligare en hel våglängds skillnad i sträcka för en våg att gå jämfört med den eller de vågor den interfererar (överlappar) med när man går från en mörk (ljus) linje till nästföljande mörka (ljusa) linje. Det gäller bara att hålla reda på vilken sträcka och vad den motsvarar. Oftast utgör sträckan dubbla tjockleken på det tunna skikt som ger upphov till interferensmönstret. I punkten ***3)***, som ligger på den 4:e mörka linjen efter den första (precis vid vänsterkanten) är alltså skillnaden i sträcka för våg ***iii*** jämfört med våg ***ii*** 4λ och tjockleken på luftskiktet i denna punkt 2λ.

<u>Exempel I:</u>



Såphinnan sedd framifrån ***Såphinnan sedd från sidan***

Fig. 5.10

En hinna av en såplösning hålls uppspänd av en vertikal ring, se Fig. 5.10. I det översta mörka partiet är hinnans tjocklek en liten bråkdel av ljusets våglängd, som är 0,70 µm, men ju längre ner på hinnan man tittar desto tjockare är den (se genomskärnings-skissen). Brytningsindex för hinnan är 1,3. Beräkna hinnans tjocklek i punkterna A och B.

a) Den allra översta delen av hinnan är så tunn (mycket tunnare än ljusets våglängd) att de ljusvågor som reflekteras i de båda gränsytorna (***i*** och ***ii***) i praktiken kan anses reflekteras i samma punkt, d.v.s. våg ***ii*** (som reflekteras på ”baksidan” av hinnan) behöver inte gå någon extra sträcka jämfört med våg ***i***. Däremot kommer våg ***i*** som reflekteras från tunnare (luft, brytningsindex = 1) mot tätare (såphinnan, brytningsindex = 1,3) att reflekteras omvänd medan våg ***ii*** som reflekterats från tätare (såphinnan) mot tunnare (luft) kommer att reflekteras vänd åt samma håll som den infallande ljusvågen. Vi får följande situation, se Fig. 5.11, för de vågor som reflekterats och är på väg mot betraktaren av hinnan:

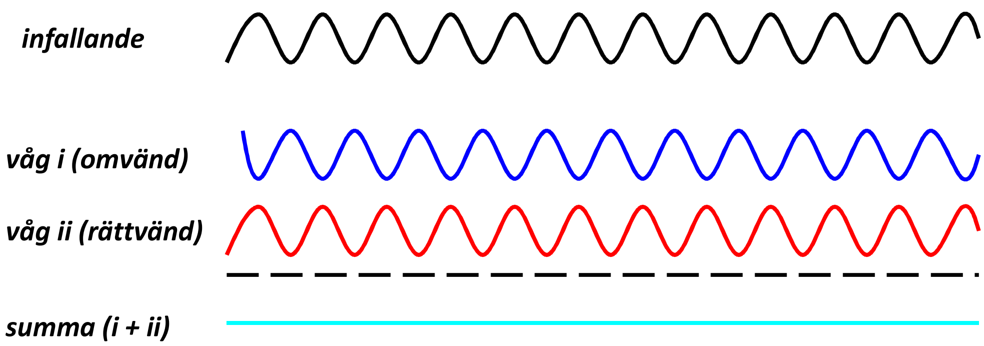


Fig. 5.11

När så hinnans tjocklek ökar neråt kan man inte längre se det som att våg ***i*** och våg ***ii*** reflekteras i samma punkt, utan våg ***ii*** måste gå en liten extra sträcka genom såphinnan innan den kommer ut igen och överlappar med våg ***i***. D.v.s. våg ***ii*** kommer nu att komma lite efter våg ***i*** (våg ***ii*** förskjuts lite mot våg ***i***). Om den behöver gå så lång sträcka inne i såphinnan (motsvarande två gånger tjockleken) så att den kommer ut en halv våglängd efter våg ***i*** ser vi enligt Fig. 5.12 nedan att vågtopparna för våg ***ii*** kommer att perfekt överlappa med vågtopparna för våg ***i*** (och motsvarande för vågdalarna), d.v.s. amplituden på den resulterande vågen blir så stor som möjligt => ljus linje.

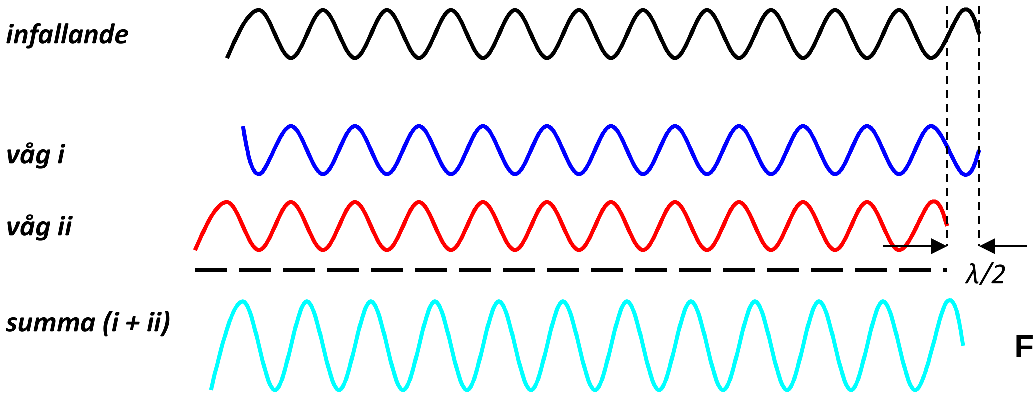


Fig. 5.12

Om man tittar ännu lite längre ner på hinnan, så att man kommer till nästa mörka område, där såphinnan blivit ännu lite tjockare, vet vi att våg ***ii*** nu fått gå ytterligare en lite längre sträcka jämfört med våg ***i*** än i det ljusa området ovanför. För att det ska bli mörkt och därmed amplituden för den resulterande vågen vara noll ser vi ur Fig. 5.13 nedan att våg ***ii*** ska komma ut en hel våglängd senare (då överlappar vågtopparna i våg ***i*** med vågdalarna i våg ***ii*** och vice versa och summerar alltså till noll). Tjockleken på hinnan i punkten A, i våglängder räknat, är alltså en halv våglängd.

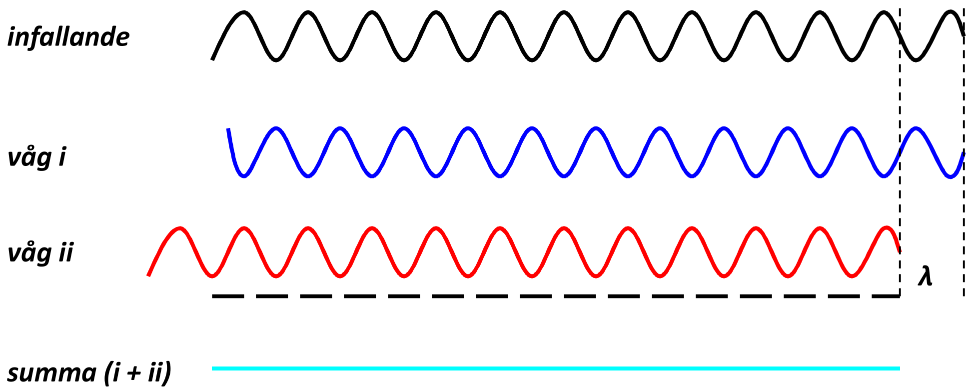


Fig. 5.13

Som vi sett ökar skillnaden i sträcka mellan våg ***i*** och ***ii*** med en hel våglängd för varje mörk linje som man kommer till när man går neråt längs hinnan. Samma sak såg vi också gällde för de ljusa linjerna, d.v.s. om det var en halv våglängds skillnad mellan våg ***i*** och ***ii*** i det första ljusa området kommer det att vara en och en halv våglängders skillnad i nästa ljusa område och två och en halv våglängders skillnad i det tredje ljusa området. I punkten B kommer alltså våg ***ii*** ut 2,5 vågländer efter våg ***i***, d.v.s. tjockleken för hinnan är 2,5/2 = 1,25 λ i punkten B.

Räknat i våglängder är tjockleken på hinnan i A alltså 0,5 λ och i B 1,25 λ. Men för att få tjockleken i någon längdenhet (meter eller så) måste man komma ihåg att utbredningshastigheten i såpalösningen inte är densamma som i luft. Vi vet att följande förhållande gäller för brytningsindex:

$$n_{ämne} = c_0/c_{ämne} = f \cdot \lambda_{vakuum}/(f \cdot \lambda_{ämne}) \approx f \cdot \lambda_{luft}/(f \cdot \lambda_{ämne})$$

Det innebär att vågländen inte kommer att vara densamma inne i såphinnan som i luften runt omkring utan ges av:

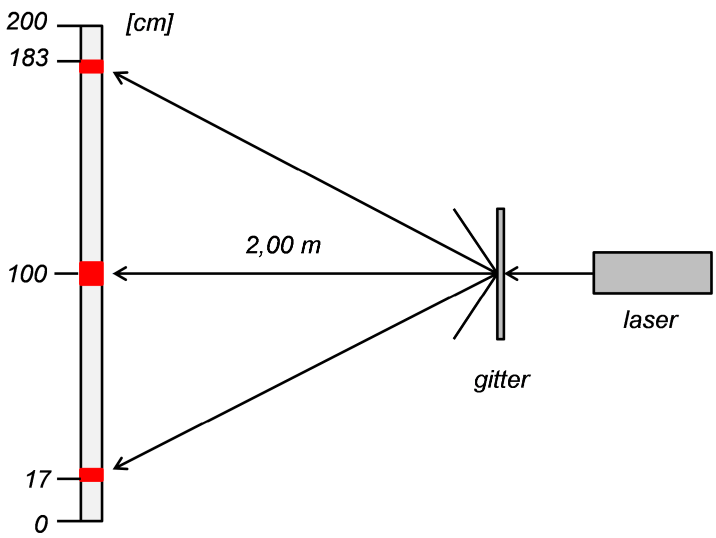
$$\lambda_{ämne} = \lambda_{luft}/n_{ämne} = 0{,}70/1{,}3 = 0{,}54\ [\mu m]$$

D.v.s. i punkten **A** kommer **tjockleken** av hinnan att vara hälften av våglängden i såphinnan **= 0,27 µm**, och i punkten **B** fås **tjockleken** till 0,54·1,25 = **0,67 µm**.

Extra uppgifter för den som vill öva

5.1 I ett interferensexperiment med en dubbelspalt används ljus av våglängden 550 nm. Spaltavståndet är 0,120 mm. Beräkna riktningen θ för ljusmaximum av i) första ordningen, ii) femte ordningen, iii) tionde ordningen.

5.2 Ett gitter står vinkelrätt mot strålriktningen från en laser som sänder ut ljus med våglängden 633 nm. På en skärm på avståndet 2,00 m från gittret ses tre röda ljusfläckar som figuren nedan visar. Beräkna gitterkonstanten.



5.3 Ett gitter belyses med gult ljus. På en skärm bakom gittret syns tre gula punkter, en rakt fram och en på vardera sidan om mittpunkten i 45° riktning. Gittret belyses sedan också med rött ljus (tillsammans med det gula) med samma intensitet och med samma riktning som det gula ljuset. Hur kommer mönstret på skärmen bakom gittret att se ut?

i) Oförändrat jämfört med det tidigare

ii) De tidigare gula punkterna har ändrat färg till rött

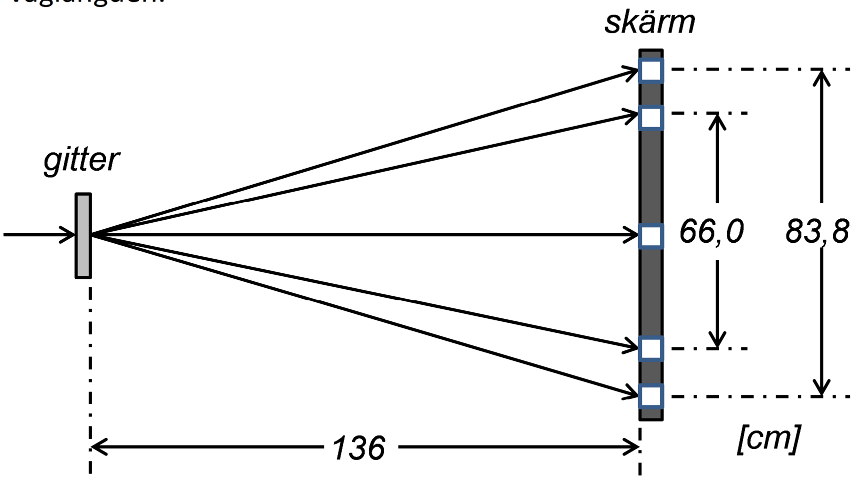
iii) De tidigare gula punkterna har ändrat färg till orange

iv) Gul punkt rakt fram och en röd punkt på vardera sidan om denna

v) Orange punkt rakt fram och en röd punkt på vardera sidan om denna

vi) Orange punkt i mitten och 2 gula punkter som tidigare samt en röd punkt på vardera sidan om mitten, ”utanför” de gula punkterna

5.4 En ljuskälla sänder ut ljus med två våglängder. Den längsta våglängden är 628 nm men den andra våglängden är okänd. Ljuset sänds genom ett gitter och mot en skärm, se figur nedan. På skärmen ses två ljusfläckar i första ordningens spektrum på var sin sida om den centrala ljusfläcken. Beräkna den okända våglängden.

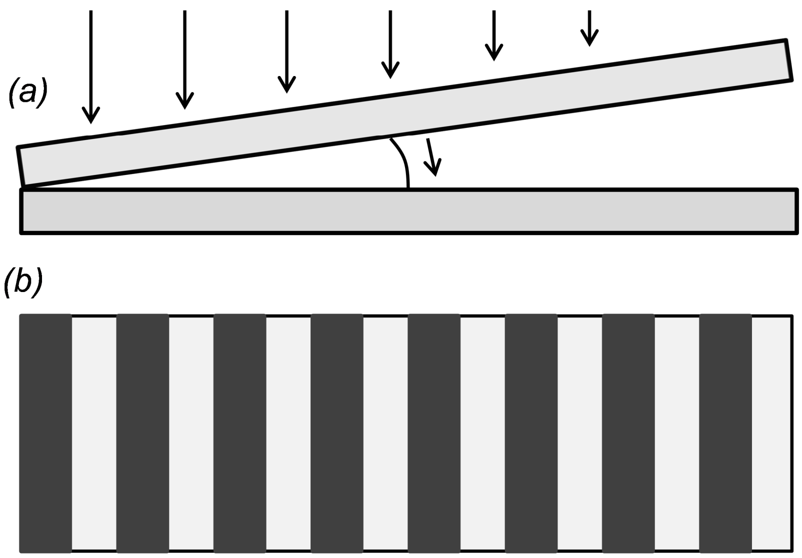


5.5 Två identiska tunna glasplattor placeras ovanpå varandra så att det bildas en liten vinkel mellan dem, se figur (a) nedan, och belyses sedan ovanifrån med ljus av endast en våglängd. När man tittar på den översta plattan ovanifrån kan man då observera ett mönster bestående av omväxlande mörka och ljusa ränder, se figur (b). Vad händer med detta mönster om vinkeln mellan plattorna minskas?

i) Avståndet mellan de mörka (och de ljusa) ränderna ökar

ii) Avståndet mellan de mörka (och de ljusa) ränderna minskar

iii) Ingenting

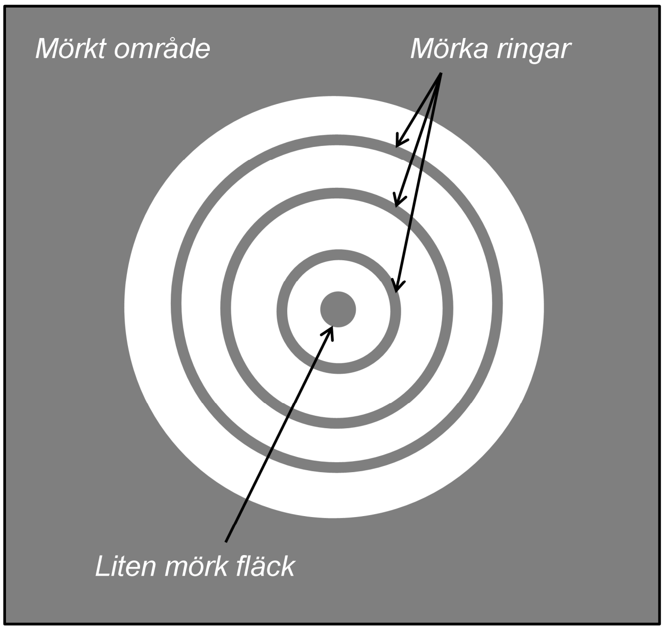


5.6 En glasplatta med mycket plan och jämn undersida läggs ovanpå en planslipad metallyta och det hela belyses ovanifrån med ljus av våglängden 0,60 µm. I det reflekterade ljuset ses då ett ringmönster enligt figuren nedan. Det beror på att metallytan har en liten koniskt formad grop i sin yta.

i) Hur djup är gropen?

ii) Figuren visar 3 ringar. Hur många skulle det vara om ljusets våglängd istället vore 0,48 µm?

iii) Skulle man enbart utifrån ringmönstret kunna vara säker på att gropen är koniskt formad?



Övningsuppgifter

5.7 Laserljus sänds genom en dubbelspalt varvid ett interferensmönster fås på en skärm en bit bakom dubbelspalten.

i) Hur ser interferensmönstret ut? Hur förklarar man att mönstret ser ut som det gör?

ii) Hur förändras interferensmönstret på skärmen om a) våglängden på ljuset blir längre? b) spaltavståndet blir längre? c) avståndet mellan spalten och skärmen ökas?

5.8 Laserljus med våglängden 633 nm träffar vinkelrätt ett gitter med gitterkonstanten 2,00 µm.

i) Beräkna riktningen för andra ordningens ljusmaximum.

ii) Blir det något fjärde ordningens ljusmaximum?

5.9 Vitt ljus skickas mot ett gitter med gitterkonstanten d = 5,00 µm. Antag att det vita ljuset innehåller ljus av alla synliga våglängder från 400 nm (violett) till 700 nm (rött).

i) Förklara varför centralmaximum blir vitt

ii) Beräkna riktningarna för ljusmaximum i första ordningens spektrum för ljus med våglängderna 400 nm respektive 700 nm.

iii) Räkna ut hur brett första ordningens spektrum blir på en skärm på avståndet 1,50 m från gittret.

5.10 Vid antireflexbehandling av en glasögonlins läggs på dess yta ett tunt skikt av magnesiumfluorid (MgF_2), vars brytningsindex är 1,38. Glaset i linsen har brytningsindex 1,54. Man vill att vinkelrätt infallande ljus av våglängden 0,55 µm ska utsläckas vid reflexion. Vilken minsta tjocklek måste då skiktet med magnesiumfluorid ha?